

Risoluzione dei sistemi⁽¹⁾

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x-y}{-1} - \frac{2x-z}{0,1} = 0 \\ 0,2x - 0,5y + 0,1z = -0,3 \\ 4y - z = 4x - 6 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x^2 - 5xy = 0 \\ x^2 - (y-3)^2 = 0 \end{cases}$$

Soluzione

a) Il sistema si riduce alla seguente forma normale

$$\begin{cases} -21x + y + 10z = 0 \\ 2x - 5y + z = -3 \\ 4x - 4y + z = 6 \end{cases}$$

Se per la risoluzione si applica il metodo di Cramer il **determinante del sistema** è

$$D = \begin{vmatrix} -21 & 1 & 10 \\ 2 & -5 & 1 \\ 4 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 143. \text{ Poiché } D \neq 0 \text{ il sistema è determinato, ammette cioè una sola soluzione.}$$

I valori degli altri tre determinati sono:

$$D_x = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 10 \\ -3 & -5 & 1 \\ 6 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 429; \quad D_y = \begin{vmatrix} -21 & 0 & 10 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 429; \quad D_z = \begin{vmatrix} -21 & 1 & 0 \\ 2 & -5 & -3 \\ 4 & -4 & 6 \end{vmatrix} = 858$$

e dunque i valori delle incognite sono

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{429}{143} = 3; \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{429}{143} = 3; \quad z = \frac{D_z}{D} = \frac{858}{143} = 6$$

b) Il sistema in esame è composto da due equazioni di secondo grado e quindi il suo grado è quattro. La sua risoluzione è però abbastanza agevole: è sufficiente scomporre in fattori i primi membri delle due equazioni ed applicare la legge di annullamento del prodotto. Il sistema si trasforma nell'unione logica di quattro sistemi di primo grado. Si ha:

$$\begin{cases} x^2 - 5xy = 0 \\ x^2 - (y-3)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-5y) = 0 \\ (x+y-3)(x-y+3) = 0 \end{cases}$$

Il sistema equivale all'unione dei seguenti quattro sistemi:

$$\text{a) } \begin{cases} x = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} x = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \quad \text{La soluzione } (x=0; y=3) \text{ è doppia.}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 5y = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}; \quad \text{d) } \begin{cases} x - 5y = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{15}{4} \\ y = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

¹ Esercizi assegnati in un compito in classe in una seconda liceo