

## Radicali

Semplificare i seguenti radicali e precisare il rispettivo insieme di definizione

1)  $\sqrt[8]{x^4}$

2)  $\sqrt[10]{x^2 y^6}$

3)  $\sqrt[9]{(x-2)^3}$

4)  $\sqrt[4]{x^2 (x-y)^4}$

5)  $\sqrt[4]{\frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}}$

6)  $\sqrt[6]{(a^2 - 2a + 1)^3}$

7)  $\sqrt[15]{a^5 b^{10}}$

8)  $\sqrt[6]{\frac{ab^2}{a^5 (a+1)^6}}$

9)  $\sqrt[12]{\frac{a^6 b^3}{(b^2 + b)^3}}$

10)  $\sqrt[8]{\frac{a(a-b)^3 (a^2 - b^2)}{(a^2 + ab)^7}}$

### Soluzione

1)  $\sqrt[8]{x^4} = \sqrt[8]{|x|^4} = \sqrt{|x|}$

Il radicale esiste  $\forall x \in \mathbb{R}$

2)  $\sqrt[10]{x^2 y^6} = \sqrt[10]{|xy^3|^2} = \sqrt[5]{|xy^3|}$

Il radicale esiste  $\forall x$  e  $y$  reali

3)  $\sqrt[9]{(x-2)^3} = \sqrt[3]{x-2}$

Il radicale esiste  $\forall x \in \mathbb{R}$

4)  $\sqrt[4]{x^2 (x-y)^4} = \sqrt[4]{(|x|(x-y)^2)^2} = \sqrt{|x|(x-y)^2} = |x-y| \sqrt{|x|}$

Il radicale esiste  $\forall x$  e  $y$  reali

5)  $\sqrt[4]{\frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}} = \sqrt[4]{\frac{x^3(x-1)}{x(x-1)}} = \sqrt[4]{x^2} = \sqrt[4]{|x|^2} = \sqrt{|x|}$

Il radicale iniziale esiste per i valori reali di  $x$  tali che  $(x \neq 0) \wedge (x \neq 1)$  e per gli stessi valori sussistono le uguaglianze riportate.

6)  $\sqrt[6]{(a^2 - 2a + 1)^3} = \sqrt[6]{((a-1)^2)^3} = \sqrt[6]{(a-1)^6} = |a-1|$

Il radicale esiste  $\forall a \in \mathbb{R}$

$$7) \sqrt[15]{a^5 b^{10}} = \sqrt[15]{(ab^2)^5} = \sqrt[3]{ab^2}$$

Il radicale esiste  $\forall a$  e  $b$  reali

$$8) \sqrt[6]{\frac{ab^2}{a^5(a+1)^6}} = \sqrt[6]{\frac{b^2}{a^4(a+1)^6}} = \sqrt[6]{\left(\frac{|b|}{a^2|a+1|^3}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{|b|}{a^2|a+1|^3}} = \frac{1}{|a+1|} \sqrt[3]{\frac{|b|}{a^2}}$$

Il radicale esiste per i valori reali di  $a$  tali che  $(a \neq 0) \wedge (a \neq -1)$  e per ogni valore reale di  $b$ ; per gli stessi valori dei due parametri sussistono le uguaglianze riportate.

$$9) \sqrt[12]{\frac{a^6 b^3}{(b^2+b)^3}} = \sqrt[12]{\frac{a^6 b^3}{b^3(b+1)^3}} = \sqrt[12]{\frac{a^6}{(b+1)^3}} = \sqrt[4]{\frac{a^2}{b+1}}$$

Il radicale iniziale esiste per ogni valore reale di  $a$ , mentre per  $b$  devono valere le condizioni  $(b \neq 0) \wedge (b \neq -1)$ ; per detti valori dei parametri sussistono le uguaglianze riportate.

$$10) \sqrt[8]{\frac{a(a-b)^3(a^2-b^2)}{(a^2+ab)^7}} = \sqrt[8]{\frac{a(a-b)^4(a+b)}{a^7(a+b)^7}} = \sqrt[8]{\frac{(a-b)^4}{a^6(a+b)^6}} = \sqrt[8]{\left(\frac{(a-b)^2}{|a|^3|a+b|^3}\right)^2} =$$

$$\sqrt[4]{\frac{(a-b)^2}{|a|^3|a+b|^3}}$$

Il radicale iniziale e quello del risultato esistono sotto le condizioni  $(a \neq 0) \wedge (a+b \neq 0)$ .