

Radicali nel campo dei numeri reali

Regole fondamentali da rispettare nelle elaborazioni delle espressioni

$$k(a; b; \dots; x; y; z) \sqrt[q]{f(a; b; \dots; x; y; z)}$$

- 1) Un radicale:
 - **se ha indice dispari** esiste per tutti i valori delle variabili presenti nel radicando per i quali questo ha senso, quelli cioè per i quali è calcolabile l'espressione algebrica contenuta sotto il segno della radice;
 - **se ha indice pari** è definito solo per i valori delle variabili presenti nel radicando per i quali questo ha senso ed assume valore non negativo.
- 2) Se il radicale ha anche come coefficiente un'espressione letterale, prima di effettuare qualsiasi elaborazione è necessario determinare le condizioni cui devono soddisfare (dette **condizioni di esistenza C.E.**) i singoli parametri (lettere) affinché tutto il radicale abbia senso, imporre perciò le condizioni per il radicando (come indicato nel precedente punto 1) ed esplicitare le eventuali condizioni richieste per l'esistenza del coefficiente.
- 3) **Nell'applicazione della proprietà invariantiva**, che permette di trasformare un radicale in un altro equivalente avente indice diverso, occorre prestare attenzione affinché il radicale ottenuto abbia lo stesso insieme di definizione (dominio) del radicale originario, aggiungendo le eventuali limitazioni per la variabilità dei singoli parametri che garantiscono che l'espressione radicale ottenuta assuma gli stessi valori algebrici di quella originaria quali che siano i valori assegnati ai parametri presenti nell'ambito del dominio del radicale originario.
- 4) **Se** nel radicando del radicale originario compare **una potenza** di un'espressione letterale (una semplice lettera o un'espressione più complessa) **con esponente dispari** e nel corso dell'elaborazione la stessa potenza **viene trasformata in un'altra con esponente dispari non è necessario aggiungere alcuna condizione** per la validità dell'uguaglianza ottenuta tra l'espressione iniziale e quella finale.
- 5) **Se** nel radicando del radicale originario compare **una potenza** di un'espressione letterale (una semplice lettera o un'espressione più complessa) **con esponente dispari** e nel corso dell'elaborazione la stessa potenza **viene trasformata in un'altra con esponente pari sarà necessario distinguere il caso in cui la base della potenza originaria assume valore negativo da quello in cui la stessa assume valore non negativo**, in relazione ai valori ammissibili per i parametri presenti.
- 6) **Se** nel radicando del radicale originario compare **una potenza** di un'espressione letterale (una semplice lettera o un'espressione più complessa) **con esponente pari** e nel corso dell'elaborazione la stessa potenza **viene trasformata in un'altra con esponente pari non è necessario aggiungere alcuna condizione** per la validità dell'uguaglianza ottenuta tra l'espressione iniziale e quella finale.
- 7) **Se** nel radicando del radicale originario compare **una potenza** di un'espressione letterale (una semplice lettera o un'espressione più complessa) **con esponente pari** e nel corso dell'elaborazione la stessa potenza **viene trasformata in un'altra con esponente dispari allora sarà necessario racchiudere la base della potenza nel simbolo di modulo $|\dots|$** , quindi considerare il valore assoluto della base della potenza.

- 8) Le accortezze riportate nei precedenti punti 4), 5), 6), 7) vanno applicate anche se un'espressione letterale viene trasportata fuori da un segno di radice o sotto un segno di radice.
- 9) Nelle espressioni letterali in cui compaiano delle frazioni, **ogni eventuale fattore presente al denominatore di una frazione deve essere diverso da zero**. Pertanto, se nell'espressione algebrica iniziale figura al denominatore di una o più frazioni un'espressione letterale qualsiasi e successivamente alle elaborazioni algebriche detta espressione non figurerà più in alcun denominatore, ai fini della validità dell'uguaglianza tra l'espressione iniziale e quella finale si dovrà imporre che i valori da assegnare alle lettere contenute nell'espressione suddetta siano tali da garantire che l'espressione stessa assuma valore diverso da zero. Senza questa limitazione l'espressione ottenuta e quella di partenza non sono affatto equivalenti.

Osservazione

Si tenga presente che in ogni caso **le operazioni eseguite su un'espressione radicale devono permettere di ottenere un'espressione algebrica** diversa, possibilmente più semplice, **che abbia lo stesso dominio di definizione di quella originaria** e che assuma gli stessi valori numerici dell'espressione iniziale allorché si assegnino ai parametri i valori appartenenti al dominio di definizione.