

Gli utenti registrati trovano nel sito anche le [risoluzioni dei sistemi c\), d\), e\), f\)](#). Per aprire il documento [cliccare sul link](#) predisposto nella scheda web del presente documento o navigare nel sito.

Risoluzione di sistemi di equazioni di primo grado letterali

Discutere i seguenti sistemi di equazioni.

- a) $\begin{cases} 4x - 3y = 4m - 7 \\ x + y = m \end{cases}$ R: $\begin{cases} x = m - 1 \\ y = 1 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} 2x + 4y + 3m = 0 \\ 4x - my = 2m + m^2 \end{cases}$ R: con $m \neq -8$, $\begin{cases} x = \frac{m}{2} \\ y = -m \end{cases}$; con $m = -8$, $\begin{cases} x = 12 - 2\alpha \\ y = \alpha \end{cases}, \forall \alpha \in R$
- c) $\begin{cases} \frac{x}{m} + \frac{y}{m+1} = 2 \\ mx - y = m^2 - m - 1 \end{cases}$ R: Con $(m \neq 0) \wedge (m \neq -1)$, $\begin{cases} x = m \\ y = m + 1 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} \frac{x+2m}{3m} + y = 1 \\ x + 3y = 2 - m \end{cases}$ R: Con $(m \neq 0) \wedge (m \neq 1)$, $\begin{cases} x = -m \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$
- e) $\begin{cases} \frac{x-m}{y+2-m} = 1 \\ 2x + y = 6m - 2 \end{cases}$ R: Con $m \neq 0$, $\begin{cases} x = 2m \\ y = 2m - 2 \end{cases}$; con $m = 0$, il sistema è impossibile.
- f) $\begin{cases} \frac{x+m-1}{m-1} - \frac{2y-m}{m} = 0 \\ \frac{x+2m}{2y+1} = 1 \end{cases}$

R: Con $(m=0) \vee (m=1)$ il sistema perde di significato. Con $m=-1$ nessuna soluzione. Con $(m \neq 0) \wedge (m \neq 1) \wedge (m \neq -1)$ si ha $x=1-m$, $y=m/2$.

Soluzioni dei sistemi a-b

Premessa

Nella risoluzione dei sistemi di equazioni letterali di primo grado in generale il metodo più comodo è quello che utilizza la regola di Cramer. Nella risoluzione dei sistemi che seguono utilizziamo detto metodo.

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 4m - 7 \\ x + y = m \end{cases}$ Sol: $\begin{cases} x = m - 1 \\ y = 1 \end{cases}$

Il sistema è già ridotto alla forma normale, per cui si possono calcolare i valori dei tre determinanti D , D_x , D_y .

Calcolo dei tre determinanti

Gli utenti registrati trovano nel sito anche le [risoluzioni dei sistemi c\), d\), e\), f\)](#). Per aprire il documento [cliccare sul link](#) predisposto nella scheda web del presente documento o navigare nel sito.

$$D = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 7, \quad D_x = \begin{vmatrix} 4m-7 & -3 \\ m & 1 \end{vmatrix} = 4m-7+3m = 7(m-1), \quad D_y = \begin{vmatrix} 4 & 4m-7 \\ 1 & m \end{vmatrix} = 7.$$

Discussione

Poiché risulta $D \neq 0$ il sistema ammette una sola soluzione per ogni valore reale del parametro m . La soluzione è la coppia:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{7(m-1)}{7} = m-1; \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{7}{7} = 1$$

b) Scriviamo il sistema nella forma normale
$$\begin{cases} 2x + 4y = -3m \\ 4x - my = 2m + m^2 \end{cases}$$

Calcolo dei tre determinanti

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & -m \end{vmatrix} = -2(m+8); \quad D_x = \begin{vmatrix} -3m & 4 \\ 2m+m^2 & -m \end{vmatrix} = 3m^2 - 4(2m+m^2) = -m(m+8);$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & -3m \\ 4 & 2m+m^2 \end{vmatrix} = 2m(m+8).$$

Discussione

Poiché il determinante D dipende dal parametro m sussistono i seguenti casi.

b.1) Con $m \neq -8$ risulta $D \neq 0$ ed il sistema è determinato ed ammette una sola soluzione che è

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-m(m+8)}{-2(m+8)} = \frac{m}{2}, \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{2m(m+8)}{-2(m+8)} = -m.$$

b.2) Con $m = -8$ risulta $D = 0$, $D_x = 0$, $D_y = 0$. In questo caso il sistema è indeterminato e ammette infinite soluzioni. Possiamo fornire le caratteristiche delle soluzioni del sistema osservando la forma algebrica che assume il sistema per detto valore del parametro.

$$m = -8 \rightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 24 \\ 4x + 8y = -16 + 64 \end{cases}, \text{ che diventa } \begin{cases} x + 2y = 12 \\ x + 2y = 12 \end{cases}.$$

Le due equazioni che compongono il sistema sono la stessa equazione. Le soluzioni del sistema sono tutte le coppie ordinate $(x;y)$ che soddisfano l'equazione $x+2y=12$. Dette coppie sono infinite e si possono esprimere nella forma $(x=12-2\alpha; y=\alpha)$, per ogni α reale.