

Algebra

Scomposizione in fattori

Semplificazione di frazioni algebriche

Quozienti notevoli

Es_1) Scomporre in fattori i polinomi che seguono.

1.1 $a^2 - b^2 - x(a - b)$

1.2 $a^n - 9a^{n+2}$

1.3 $x^4 - x^3 + \frac{1}{4}x^2$

1.4 $x^4 - 3x^3y - 8(x - 3y)$

1.5 $x^4y^2 - 6x^3y^3 + 12x^2y^4 - 8xy^5$

Soluzione

- $a^2 - b^2 - x(a - b) = (a - b)(a + b - x)$
- $a^n - 9a^{n+2} = a^n(1 - 9a^2) = a^n(1 - 3a)(1 + 3a)$
- $x^4 - x^3 + \frac{1}{4}x^2 = x^2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$
- $x^4 - 3x^3y - 8(x - 3y) = x^3(x - 3y) - 8(x - 3y) = (x - 3y)(x^3 - 8) = (x - 3y)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$
- $x^4y^2 - 6x^3y^3 + 12x^2y^4 - 8xy^5 = xy^2(x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3) = xy^2(x - 2y)^3$

Es_2) Semplificare le seguenti frazioni algebriche

a) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}$

b) $\frac{4x^2 - 7x - 2}{x^2 - x - 2}$

c) $\frac{x - bx - a + ab}{x^2 - a^2 - b(x^2 - a^2)}$

Soluzione

a) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6} = \frac{\cancel{(x-3)}(x+1)}{\cancel{(x-3)}(x-2)} = \frac{x+1}{x-2}$, con la condizione $x \neq 3$

b) $\frac{4x^2 - 7x - 2}{x^2 - x - 2} = \frac{\cancel{(x-2)}(4x+1)}{\cancel{(x-2)}(x+1)} = \frac{4x+1}{x+1}$, con la condizione $x \neq 2$

c) $\frac{x - bx - a + ab}{x^2 - a^2 - b(x^2 - a^2)} = \frac{x(1-b) - a(1-b)}{(x^2 - a^2) - b(x^2 - a^2)} = \frac{(x-a)(1-b)}{(1-b)(x-a)(x+a)} = \frac{1}{x+a}$,

con le condizioni $x \neq a$, $b \neq 1$,

Es_3) Scrivere i risultati dei seguenti quozienti notevoli

3.1 a) $(x^4 - 16):(x^2 - 4)$; b) $(8x^6 - y^9):(2x^2 - y^3)$; c) $(1000x^3 + 1):(10x + 1)$

3.2 Del quoziente notevole c) determinare il valore numerico per $x=1000$.

Soluzione

3.1 a) $(x^4 - 16):(x^2 - 4) = x^2 + 4$

b) $(8x^6 - y^9):(2x^2 - y^3) = 4x^4 + 2x^2y^3 + y^6$

c) $(1000x^3 + 1):(10x + 1) = 100x^2 - 10x + 1$

3.2 Con $x=1000$ il valore del quoziente è

$$100 \cdot (10^3)^2 - 10 \cdot 10^3 + 1 = 10^4(10^4 - 1) + 1 = 99.990.001$$