

Equazioni con moduli per il biennio del Liceo

Es_1 (Equazione risolta)

$$|x-3|-2|x+1|=x-1$$

Soluzione

Si devono discutere gli argomenti dei due valori assoluti, quindi studiare l'equazione in ciascuno degli intervalli in cui sarà suddiviso l'asse reale dai capisaldi che emergeranno.

$x-3 \geq 0$, è soddisfatta per $x \geq 3$;

$x+1 \geq 0$, è soddisfatta per $x \geq -1$.

Si deve studiare l'equazione in ciascuno dei seguenti intervalli: $I_1 =]-\infty; -1[$,

$I_2 = [-1; 3[$, $I_3 = [3; +\infty[$.

Studio nell'intervallo $I_1 =]-\infty; -1[$

La forma dell'equazione è la seguente:

$$-(x-3)-2[-(x+1)]=x-1 \rightarrow -x+3+2x+2=x-1 \rightarrow 5=-1$$

L'uguaglianza ottenuta è falsa, dunque nell'intervallo in esame l'equazione non ha soluzioni.

Studio nell'intervallo $I_2 = [-1; 3[$

La forma dell'equazione è la seguente:

$$-(x-3)-2(x+1)=x-1 \rightarrow -x+3-2x-2=x-1 \rightarrow -4x=-2 \rightarrow x=\frac{1}{2}.$$

Il valore trovato appartiene all'intervallo di ricerca, dunque è accettabile come soluzione dell'equazione.

Studio nell'intervallo $I_3 = [3; +\infty[$

La forma dell'equazione è la seguente:

$$(x-3)-2(x+1)=x-1 \rightarrow x-3-2x-2=x-1 \rightarrow -2x=4 \rightarrow x=-2$$

Il valore ottenuto non appartiene all'intervallo in esame, dunque non è accettabile come soluzione dell'equazione.

Conclusione

L'insieme delle soluzioni dell'equazione è $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

Es_2 (Equazione risolta)

$$|3-x|-3|x-1|=3x-15$$

Soluzione

Si devono discutere gli argomenti dei due valori assoluti e studiare successivamente l'equazione in ciascuno degli intervalli in cui sarà suddiviso l'asse reale dai capisaldi che emergeranno.

$3-x \geq 0$, è soddisfatta per $x \leq 3$;

$x-1 \geq 0$, è soddisfatta per $x \geq 1$.

Si deve studiare l'equazione in ciascuno dei seguenti intervalli: $I_1 =]-\infty; 1[$, $I_2 = [1; 3[$, $I_3 = [3; +\infty[$.

Studio nell'intervallo $I_1 =]-\infty; 1[$

La forma dell'equazione è la seguente:

$$(3-x)-3(1-x)=3x-15 \rightarrow 3-x-3+3x=3x-15 \rightarrow x=15$$

Il valore ottenuto non appartiene all'intervallo in esame, quindi non è soluzione dell'equazione.

Studio nell'intervallo $I_2 = [1; 3[$

La forma dell'equazione è la seguente:

$$(3-x)-3(x-1)=3x-15 \rightarrow 3-x-3x+3=3x-15 \rightarrow -7x=-21 \rightarrow x=3$$

Poiché $3 \notin I_2$ il valore non è accettabile come soluzione dell'equazione.

Studio nell'intervallo $I_3 = [3; +\infty[$

La forma dell'equazione è la seguente:

$$(x-3) - 3(x-1) = 3x-15 \rightarrow x-3-3x+3 = 3x-15 \rightarrow -5x = -15 \rightarrow x = 3$$

Il valore ottenuto è accettabile come soluzione perché appartiene all'intervallo in esame.

Conclusione

L'equazione ammette come insieme di soluzione: $S = \{3\}$

Es_3) (Equazione proposta) Risolvere l'equazione che segue e verificare che l'insieme delle sue soluzioni è l'insieme S indicato.

$$2|x| + \left|x - \frac{1}{2}\right| = 1 \quad \text{Insieme delle soluzioni} \quad S = \left\{-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right\}$$