

## Diseguazioni di secondo grado

### Richiami teorici

Ricordiamo che per le disequazioni di secondo grado ridotte alla forma normale, con  $a > 0$ , gli insiemi delle soluzioni sono quelli riportati nelle due tabelle seguenti. In ciascuna cella delle tabelle dove compaiono i simboli  $x_1, x_2$ , gli stessi rappresentano i valori delle radici dell'equazione associata

$$ax^2 + bx + c = 0$$

quando le stesse sono reali, con la convenzione  $x_1 < x_2$  se le due radici sono distinte.

I casi relativi al coefficiente  $a < 0$  si riducono ad uno di quelli riportati nelle due tabelle dopo aver moltiplicato il primo membro della disequazione per -1 (meno 1) e cambiato il corrispondente verso della disuguaglianza.

| <b>Tab1</b><br>$a > 0$ | $ax^2 + bx + c > 0$                                                                                                                                                                                                                                                  | $ax^2 + bx + c < 0$                                                                                                                                   |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\Delta > 0$           | La disequazione è soddisfatta per valori esterni all'intervallo delle radici: $(x < x_1) \vee (x > x_2)$ .<br>L'insieme delle soluzioni è:<br>$S = ]-\infty; x_1[ \cup ]x_2; +\infty[$                                                                               | La disequazione è soddisfatta per valori interni all'intervallo delle radici: $(x_1 < x < x_2)$ .<br>L'insieme delle soluzioni è:<br>$S = ]x_1; x_2[$ |
| $\Delta = 0$           | La disequazione è soddisfatta per ogni valore reale diverso la valore comune delle radici dell'equazione associata: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ , dunque<br>$\forall x \neq -\frac{b}{2a}$ . L'insieme delle soluzioni è: $S = R - \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$ . | La disequazione non ammette alcuna soluzione. L'insieme delle soluzioni è vuoto: $S = \emptyset$                                                      |
| $\Delta < 0$           | La disequazione è soddisfatta da ogni valore reale. L'insieme delle soluzioni è: $S = R$                                                                                                                                                                             | La disequazione non ammette alcuna soluzione. L'insieme delle soluzioni è vuoto: $S = \emptyset$ .                                                    |

| <b>Tab2</b><br>$a > 0$ | $ax^2 + bx + c \geq 0$                                                                                                                                                                                                        | $ax^2 + bx + c \leq 0$                                                                                                                                                                |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\Delta > 0$           | La disequazione è soddisfatta per valori esterni all'intervallo delle radici e dai valori delle radici stesse: $(x \leq x_1) \vee (x \geq x_2)$ .<br>L'insieme delle soluzioni è:<br>$S = ]-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty[$ | La disequazione è soddisfatta per valori interni all'intervallo delle radici e dai valori delle radici: $(x_1 \leq x \leq x_2)$ .<br>L'insieme delle soluzioni è:<br>$S = [x_1; x_2]$ |

|              |                                                                                          |                                                                                                                                                                                   |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\Delta = 0$ | La disequazione è soddisfatta da ogni valore reale. L'insieme delle soluzioni è: $S = R$ | La disequazione è soddisfatta solo da $x = -\frac{b}{2a}$ , valore delle due radici dell'equazione associata. L'insieme delle soluzioni è: $S = \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$ . |
| $\Delta < 0$ | La disequazione è soddisfatta da ogni valore reale. L'insieme delle soluzioni è: $S = R$ | La disequazione non ammette alcuna soluzione. L'insieme delle soluzioni è vuoto: $S = \emptyset$ .                                                                                |