

Semplificare i seguenti radicali algebrici

e trasportare ove possibile i fattori fuori dal segno di radice

- 1) $\sqrt[4]{4a^2b^6}$ Osserviamo che il radicale esiste quali che siano i valori reali assegnati alle lettere a , b . Scrivendo il radicando sotto forma di potenza $\sqrt[4]{(2ab^3)^2}$ si nota che si può semplificare il radicale dividendo per 2 esponente del radicando e indice della radice. Poiché con detta operazione i due fattori letterali vengono ad assumere esponenti dispari ciascuno dei due dopo la semplificazione deve essere posto in valore assoluto.

$$\sqrt[4]{(2ab^3)^2} = \sqrt{2|ab^3|} = |b|\sqrt{2|ab|}$$

- 2) $\sqrt[6]{\frac{x^9}{27a^{12}}}$ Il radicale può essere posto sotto la forma $\sqrt[6]{\left(\frac{x^3}{3a^4}\right)^3}$, quindi è possibile

semplificarlo. Per quanto concerne le condizioni di esistenza (C.d.E.) osserviamo che il radicale è definito per ogni $a \neq 0$ e per ogni $x > 0$. Si può semplificare il radicale dividendo indice della radice ed esponente del radicando per 3; con detta operazione non cambia il tipo degli esponenti residui (l'esponente dispari rimane dispari e quello pari rimane pari) per cui può essere eseguita senza aggiunta di ulteriori condizioni oltre quelle indicate per l'esistenza. Si ha

$$\sqrt[6]{\frac{x^9}{27a^{12}}} = \sqrt[6]{\left(\frac{x^3}{3a^4}\right)^3} = \sqrt{\frac{x^3}{3a^4}} = \frac{x}{a^2} \sqrt{\frac{x}{3a}}$$

- 3) $\sqrt[8]{9x^4y^{12}}$ Il radicale esiste quali che siano i valori reali assegnati alle variabili x , y . Il radicando si può porre sotto la forma di potenza ottenendo $\sqrt[8]{(3x^2y^6)^2}$. Si procede con la semplificazione dividendo per 2.

$$\sqrt[8]{9x^4y^{12}} = \sqrt[8]{(3x^2y^6)^2} = \sqrt[4]{3x^2y^6}$$

Osserviamo ora che è possibile **trasportare fuori dal segno di radice** y ma si deve scrivere con il **simbolo di modulo** affinché sussista la concordanza di segno tra l'espressione algebrica iniziale e quella finale. Si ha:

$$\sqrt[4]{3x^2y^6} = |y|\sqrt[4]{3x^2y^2}$$

- 4) $\sqrt[10]{a^4b^{2k+6}}$, con $k \in \mathbb{N}$ Il radicale esiste quali che siano i valori reali attribuiti ai parametri a , b ed il suo valore è non negativo. Il radicando si può porre sotto forma di potenza $a^4b^{2k+6} = a^4b^{2(k+3)} = (a^2b^{k+3})^2$, quindi il radicale è semplificabile dividendo indice ed esponente del radicando per 2. Poiché dopo tale operazione l'esponente di b assume **valore dispari** quando k è **pari** e valori pari con k dispari per il rispetto della concordanza dei segni si dovrà porre la base b in valore assoluto. Si ha

$$\sqrt[10]{a^4b^{2k+6}} = \sqrt[10]{(a^2b^{k+3})^2} = \sqrt[5]{a^2|b|^{k+3}}$$

- 5) $\sqrt[6]{a^{8t}b^{4+2t}}, t \in N_0$ Il radicale esiste quali che siano i valori reali attribuiti ai parametri a e b ed assume segno non negativo. Scrivendo il radicando sotto forma di potenza $(a^{4t}b^{2+t})^2$ si nota che il radicale si semplifica dividendo per 2 indice della radice ed esponente del radicando, ma in tal modo l'esponente di b per valori dispari di t è dispari e poiché il radicale ottenuto ha indice dispari ed esiste anche se il suo radicando è negativo, assumendo valore negativo, si deduce che la potenza residua b^{2+t} dovrà essere scritta con la base racchiusa nel segno di modulo. Si ha

$$\sqrt[6]{a^{8t}b^{2(2+t)}} = \sqrt[6]{(a^{4t}b^{2+t})^2} = \sqrt[3]{a^{4t}|b|^{2+t}}$$

- 6) $\sqrt[12]{\frac{a^{4t}b^8}{c^{20t}}}, \text{ con } t \in N$ Il radicale esiste quali che siano i valori reali attribuiti ai parametri a e b , ma con $c \neq 0$. Ciò detto osserviamo che $\frac{a^{4t}b^8}{c^{20t}} = \left(\frac{a^t b^2}{c^{5t}}\right)^4$ quindi si può semplificare il radicale dividendo per 4 indice della radice ed esponente del radicando. Si ha:

$$\sqrt[12]{\frac{a^{4t}b^8}{c^{20t}}} = \sqrt[12]{\left(\frac{a^t b^2}{c^{5t}}\right)^4} = \sqrt[3]{\frac{|a|^t b^2}{|c|^{5t}}}, \forall a, b \in \mathbb{R}, \forall c \neq 0, t \in N$$