

Esercitazione sulle disequazioni di secondo grado.

A) Determinare le soluzioni delle seguenti disequazioni ridotte alla forma normale.

a. $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x - 6} \geq 0$ $S: (x < -6) \vee (-2 \leq x < 1) \vee (x \geq 2)$

b. $\frac{x^2 + 5x - 14}{2x^2 - 7x - 9} < 0$ $S: (-7 < x < -1) \vee \left(2 < x < \frac{9}{2}\right)$

c. $\frac{(x^2 + x + 3)(x + 3)}{x^2 - 5x - 24} \leq 0$ $S: (x < -3) \vee (3 \leq x < 8)$

d. $\frac{(1 - x^2)(x^2 + x - 12)}{(x + 1)(x^2 - 2x)} \leq 0$ $S: (x < -4) \vee (0 < x \leq 1) \vee (2 < x \leq 3)$

e. $\frac{x^2 + x - 12}{2x^2 + x - 10} \leq 0$ $S: \left(-4 \leq x < -\frac{5}{2}\right) \vee (2 < x \leq 3)$

f. $\frac{3x^2 - 27}{x^2 + 5x + 4} > 0$ $S: (x < -4) \vee (-3 < x < -1) \vee (x > 3)$

g. $\frac{(x - 1)(2x^2 - x - 3)}{x^2 + 6x - 16} \leq 0$ $S: \left(-8 < x \leq \frac{3}{2}\right) \vee (x > 2)$

h. $\frac{3 - 5x + x^2}{x(x^2 - x - 2)} \leq 0$ $S: (x < -1) \vee \left(0 < x \leq \frac{5 - \sqrt{13}}{2}\right) \vee \left(2 < x \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2}\right)$

i. $\frac{(x^2 - 1)(x^2 - 4)}{(x^2 + 6x)(x^2 - 3x)} > 0$ $S: (x < -6) \vee (-2 < x < -1) \vee (1 < x < 2) \vee (x > 3)$

B) Determinare le soluzioni delle seguenti disequazioni dopo averle semplificate.

a. $\frac{x}{3 - x} - \frac{2x + 1}{x^2 - 9} \geq 0$ $S: \left(-\frac{5 + \sqrt{21}}{2} \leq x < -3\right) \vee \left(\frac{\sqrt{21} - 5}{2} \leq x < 3\right)$

b. $\frac{1}{2x - 3} - \frac{x}{3x + 2} \leq 0$ $S: \left(x < -\frac{2}{3}\right) \vee \left(\frac{3 - \sqrt{13}}{2} \leq x < \frac{3}{2}\right) \vee \left(x \geq \frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right)$

c. $\frac{x}{2x^2 + 1} - \frac{5}{x - 1} \geq 0$ $S: (x < 1)$

C) Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni

a. $\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ \frac{x}{x^2 - 3x + 2} < 0 \end{cases}$ $S: (x \leq -1) \vee (1 \leq x < 2)$

b. $\begin{cases} \frac{1}{x} \geq \frac{x - 2}{x + 2} \\ x^2 - 5x - 24 < 0 \end{cases}$ $S: (-2 < x < 0) \vee \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2} \leq x \leq \frac{9 + \sqrt{17}}{2}\right)$

c.
$$\begin{cases} 2x^2 - x \geq 0 \\ 2x^2 + x - 1 < 0 \\ 2x^2 - 4x - 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$S: \left(-\frac{2}{3} \leq x \leq 0 \right)$$