MCD e mcm di monomi

Determinare il MCD ed il mcm dei seguenti gruppi di monomi, precisando, nei casi in cui gli esponenti dipendono dal parametro naturale *n*, i valori che questo può assumere affinché tutti i monomi di ciascun gruppo siano interi.

1) $4x^3y$; $10x^2y^2z$; $12x^4yz^3$

Risposta: $MCD = 2x^2y$; $mcm = 60x^4y^2z^3$

2) $-a^3b^2c$; $2a^2b^2c^2$; $16ab^3c^2$

Risposta: $MCD = ab^2c$; $mcm = 16a^3b^3c^2$

3) 10^2x^3; 10^3xy^3; $100^2x^2y^4$

Risposta: $MCD = 10^2x$; $mcm = 10^4x^3y^4$

4) $2a^5b$; $4a^{10}b^3$; $10a^{15}b^2$

Risposta: $MCD = 2a^5b$; $mcm = 20a^{15}b^3$

5) $2a^nb$; $4a^{2n}b^3$; $10a^{3n}b^2$

Risposta: $MCD = 2a^nb$; $mcm = 20a^{3n}b^3$

6) $4a^nb^2$; $8a^{n+1}b^3$; $12a^{n+3}b^4$

Risposta: con $n \in \mathbb{N}$, $MCD = 4a^nb^2$; $mcm = 24a^{n+3}b$

7) $-6a^3b^n$; $8a^2b^{n-1}$; $10a^4b^{n-3}$

Risposta: con $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 3$, $MCD = 2a^2b^{n-3}$, $mcm = 120a^4b^n$

8) $200x^3y^{n-1}$; $2000x^4y^{n-2}$; $3000x^4y^n$

Risposta: con $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$, $MCD = 2^3 \cdot 5^2x^2y^{n-2}$, $mcm = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^3x^4y^n$

9) $40^2a^3b^{6n}$; $80^2a^4b^{4n}$; $120^2a^5b^{2n}$

Notiamo che : $80^2a^4b^{4n} = 4 \cdot 40^2a^4b^{4n}$, $120^2a^5b^{2n} = 9 \cdot 40^2a^5b^{2n}$, e quindi, con $n \in \mathbb{N}$, si ha

$MCD = 40^2a^3b^{2n}$, $mcm = 36 \cdot 40^2 \cdot a^5b^{6n}$

10) $15^2a^3b^n$; $150^2a^4b^{2n}$; $15000a^5b^{3n}$

Notiamo che con $n \in \mathbb{N}$ si ha:

$15^2a^3b^n = 3^2 \cdot 5^2a^3b^n$; $150^2a^4b^{2n} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^4a^4b^{2n}$; $15000a^5b^{3n} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^4a^5b^{3n}$; per cui

$MCD = 75a^3b^n$; $mcm = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4 a^5 b^{3n} = 45000 \cdot a^5 b^{3n}$

11) $24^2 x^4 y^6$; $12^4 x^3 y^5$; $6^6 x^2 y^4$

Risposta: $MCD = 2^6 \cdot 3^2 x^2 y^4$; $mcm = 2^8 \cdot 3^6 x^4 y^6$

12) $4^4 \cdot 5^5 \cdot 20^3 x^5 y^7$; $4^5 \cdot 5^3 \cdot 20^4 x^7 y^5$; $4^3 \cdot 5^4 \cdot 20^5 x^6 y^6$

Risposta: $MCD = 20^7 x^5 y^5$; $mcm = 20^9 x^7 y^7$

13) $2^{10} \cdot 5^8 x^9 y^9$; $2^9 \cdot 5^9 x^8 y^{10}$; $2^8 \cdot 5^{10} x^7 y^{11}$

Risposta: $MCD = 10^8 x^7 y^9$; $mcm = 10^{10} x^9 y^{11}$

14) $a^n b^{2n} c^{n-2}$; $a^{2n} b^{3n} c^{4-n}$; $a^{3n} b^n c^3$

Osserviamo che i tre monomi sono contemporaneamente interi se e solo se $n \in \{2;3;4\}$. I confronti tra gli esponenti con cui compaiono le lettere *a* e *b* nei tre monomi si eseguono velocemente; per quanto concerne gli esponenti della lettera *c*,invece, per ciascuno dei due valori indicati occorre calcolare gli esponenti e confrontarli; ciò fatto si passa a determinare il il MCD ed il mcm del gruppo. L'analisi e la conclusione sono riportate in Tabella 1.

Tabella 1				
n	n-2	4-n	MCD	mcm
2	0	2	a^2b^2	$a^6b^6c^3$
3	1	1	a^3b^3c	$a^9b^9c^3$
4	2	0	a^4b^4	$a^{12}b^{12}c^3$

15) $10^n a^{n+2} b^{2n-1}$; $10 \cdot 10^n a^{2n} b^{3-n}$; $10^{2n} a^{n+2} b^n$

I tre monomi sono contemporaneamente interi per $n \in \{1;2;3\}$. In tabella 2 sono riportati il MCD ed il mcm per ciascuno valore ammissibile.

Tabella 2		
n	MCD	mcm
1	$10a^2b$	$10^2 a^3 b^2$
2	$10^2 a^4 b$	$10^4 a^4 b^3$
3	$10^3 a^5$	$10^6 a^5 b^5$