Programmazione lineare

Problema[(1)]

Un'industria fabbrica due prodotti P_1, P_2 utilizzando due materie prime A, B. Per ogni unità di P_1 occorrono 10 Kg di A e 12Kg di B; per ogni unità di P_2 occorrono 15 Kg di A e 8Kg di B. Per un certo periodo di lavorazione l'industria dispone di 60q (quintali) di A e di 48q (quintali) di B.

Sapendo che l'utile unitario del prodotto P_1 è di € 20 e del prodotto P_2 è di € 16, determinare la combinazione produttiva più conveniente.

Elaborazioni

A margine è riportata una tabella con tutte le informazioni per la risoluzione del problema.

	Materie Prime			
	A	B	Unità di prodotto realizzate	Utile realizzabile in €
Per 1 unità di Prodotto P_1	10 Kg	12 Kg	x	20x
Per 1 unità di Prodotto P_2	15Kg	8 Kg	y	16y
Materia Prima disponibile in Kg	6000	4800		
Materia prima utilizzata in Kg	10x+15y	12x+8y		
Utile complessivo				20x+16y

Teniamo conto che avendo indicato con x il numero delle unità da produrre del prodotto P_1 e con y le unità da produrre del prodotto P_2 sussistono i seguenti vincoli:

$x \geq 0$ (1); $y \geq 0$; (2)

$10x+15y \leq 6000$ (in Kg) (3)

che si riduce alla forma

$2x+3y \leq 1200$ (in Kg);

$12x+8y \leq 4800$ (in Kg) (4)

che si riduce alla forma $3x+2y \leq 1200$ (in Kg).

La funzione che esprime l'utile è:

$U(x;y)=20x+16y$ (in euro)

Ricerca del poligono delle soluzioni

Si deve risolvere il sistema di disequazioni rappresentate dai vincoli (1), (2), (3), (4).

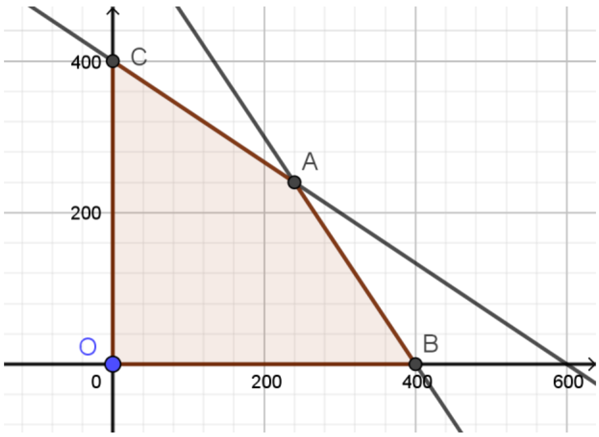

Figura 1

Il poligono delle soluzioni è il quadrilatero convesso situato nel primo quadrante avente per

(1) Il testo del problema è il n.31 di pag. 240 sul testo Matematica per indirizzo economico, vol 3, Tramontana- Autori A. Gambotto, B. Consolini, D. Mazzone -ISBN 978-88-2334837-0

vertici l'origine O degli assi, i punti A(240;240), B(400;0), C(0;400), rappresentato in Figura 1.

La funzione dell'utile assume i suoi valori estremi (massimo e minimo) nei vertici del suddetto poligono. Calcoliamola in ciascuno dei vertici per trovare il valore massimo. Risulta:

U(0;0)=0; U(400;0)=8000€; U(240; 240)= 8640 €; U(0; 400)= 6400 €.

Concludiamo che il massimo utile l'industria lo realizza fabbricando 240 unità per ciascuno dei prodotti P_1, P_2.