

Ricerca Operativa

Problema⁽¹⁾

Un'impresa per la produzione di un articolo per la casa, sostiene una spesa fissa di € 450 alla settimana, un costo di € 2,40 per ogni articolo prodotto e una spesa per la pubblicità valutata del 2% del quadrato del numero delle unità prodotte.

Determinare per quale quantità il costo unitario è minimo, sapendo che può produrre al massimo 200 articoli alla settimana. E se la capacità massima produttiva fosse di 120 articoli alla settimana?

Risoluzione

Prima ipotesi

Sia x il numero di articoli prodotti alla settimana dall'impresa. Nell'ipotesi che $0 < x \leq 200$ determiniamo la funzione del costo unitario.

Costi fissi settimanali: $C_1 = 450€$

Costi variabili settimanali (dipendenti dal numero di articoli prodotti)

Costo per ogni articolo : € 2,40; per tutti gli articoli $C_2(x) = 2,40x$ €

Costi per la pubblicità: $C_3(x) = 2\%x^2 = x^2/50$ €

Costo globale per la produzione di x articoli: $C_{tot}(x) = C_1 + C_2(x) + C_3(x) = 450 + 2,40x + x^2/50$ in euro.

Il costo unitario di produzione si ottiene dividendo il costo globale per il numero di articoli prodotti.

$$C_u(x) = C_{tot}(x) : x = 450 : x + 2,40 + x/50$$

$$C_u(x) = \frac{450}{x} + 2,40 + \frac{x}{50}, \quad \text{con la limitazione}$$

$$0 < x \leq 200$$

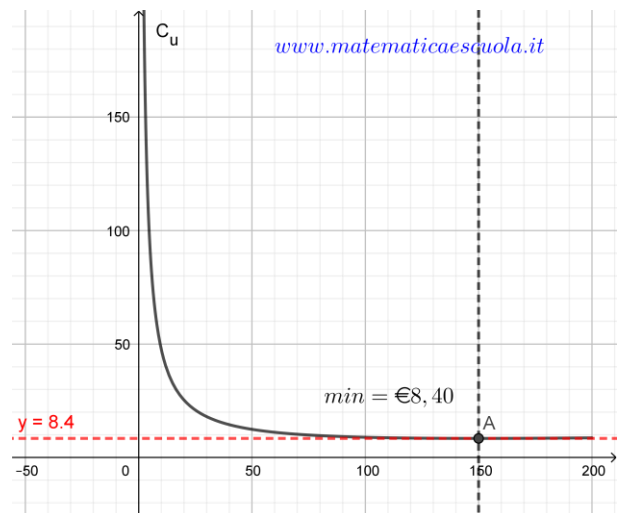
Troviamo la funzione derivata prima e studiamone segno e zeri.

$$C_u'(x) = -\frac{450}{x^2} + \frac{1}{50} \geq 0 \rightarrow \frac{x^2 - 22500}{50x^2} \geq 0$$

Limitatamente al dominio $0 < x \leq 200$ la disequazione è soddisfatta per $150 \leq x \leq 200$.

Nell'intervallo $0 < x < 150$ la funzione costo unitario è strettamente decrescente perché la sua derivata prima è negativa, mentre è strettamente crescente nell'intervallo $150 < x \leq 200$; pertanto per $x = 150$ si ha il minimo costo unitario che è

$$C_u(150) = \left(\frac{450}{150} + 2,40 + \frac{150}{50} \right) € = 8,40€$$



⁽¹⁾ Testo riportato a Pag.157 del volume "Matematica per indirizzo economico"- Autori Annamaria Gambotto, Bruna Consolini, Daniele Mazzone- Edizioni Tramontana-ISBN 978-88-2334837-0

Seconda ipotesi: capacità massima produttiva di 120 articoli alla settimana

Osserviamo che la funzione costo unitario per x articoli prodotti è la stessa trovata nella prima ipotesi. La sua funzione derivata prima è negativa in tutto l'intervallo $]0;120]$ e quindi la funzione costo unitario è strettamente decrescente in tutto il dominio assumendo di conseguenza il minimo assoluto per $x=120$ articoli. Il valore del minimo è

$$C_u(120) = \left(\frac{450}{120} + 2,40 + \frac{150}{120} \right) \text{€} = 8,55\text{€}$$

Dal confronto dei due valori minimi ottenuti per il costo unitario di produzione si evince che il valore del minimo diminuisce con l'aumentare del numero di articoli prodotti; ciò è causato, nel caso specifico, certamente dall'incidenza della somma € 450, costo fisso di produzione, che spalmata su un numero maggiore di articoli prodotti evidentemente può incidere di meno sul costo unitario.