

Ricerca Operativa

Problema⁽¹⁾

Un'industria artigiana confeziona camicie e le vende a 28€ l'una. Per la produzione sostiene una spesa fissa mensile di € 20000 e un costo per ogni camicia di € 16. Inoltre, per la pubblicità sostiene una spesa stimata pari allo 0,1% del quadrato del numero delle camicie vendute.

a) Sapendo che l'industria può produrre al massimo 4500 camicie al mese, determinare quante camicie deve produrre e vendere per avere il massimo guadagno e il numero minimo di camicie da produrre e vendere per non essere in perdita.

b) L'industria artigiana vorrebbe incrementare la produzione con un aumento di risorse che comporterebbe una spesa aggiuntiva mensile di € 2000 per portare la capacità massima produttiva a 6500 camicie al mese. E' conveniente questa scelta?

Risoluzione

a) Sia x il numero di camicie prodotte e che si prevede di vendere completamente.

La funzione dei costi è: $C(x) = 20000 + 16x + \frac{1}{1000}x^2$

La funzione ricavi è: $R(x) = 28x$.

La funzione dell'utile è $U(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{1000}x^2 + 12x - 20000$. Questa funzione va considerata nel dominio ammissibile per x che è l'intervallo $[0;4500]$.

Per determinare il massimo utile si trova la funzione derivata prima e si studiano il segno e gli zeri.

$$U'(x) = -\frac{1}{500}x + 12 \geq 0 \rightarrow x \leq 6000$$

Tenendo presente il vincolo $0 \leq x \leq 4500$ si conclude che la derivata prima è positiva in tutto il dominio ammissibile $0 \leq x \leq 4500$ dove la funzione utile è strettamente crescente e perciò assume il suo valore massimo per $x=4500$ (camicie prodotte e vendute). Per $x=4500$ il valore dell'utile è € 13750.

b) Se l'impresa intende aumentare la produzione come indicato, si riscontra che l'espressione della funzione utile è $U_2(x) = -\frac{1}{1000}x^2 + 12x - 22000$, la cui funzione derivata prima è ancora quella trovata nel

precedente punto a) $U_2'(x) = -\frac{1}{500}x + 12$; pertanto la funzione $U_2(x)$ è strettamente crescente nell'intervallo il cui $[0;6000[$, e strettamente decrescente nell'intervallo $]6000;6500]$. Il valore del massimo utile è $Max = U_2(6000) = €14000$, che risulta maggiore del massimo utile determinato nel caso (a).

Conclusioni- Per l'Industria artigiana è conveniente incrementare la produzione portandola a 6000 camicie al mese, ma non a 6500.

⁽¹⁾ Testo riportato a Pag.164 del volume "Matematica per indirizzo economico"- Autori Annamaria Gambotto, Bruna Consolini, Daniele Mazzone- Edizioni Tramontana-ISBN 978-88-2334837-0