

Statistica descrittiva

Medie, Mediana, Scarto semplice medio, scarto quadratico medio

Esercizio_1⁽¹⁾

Q1- Filippo giocando con i numeri 4,5,6,7,8 è riuscito a trovare un numero positivo x per il quale la media aritmetica dei numeri

$$4; \quad 5+x; \quad 6-x; \quad 7+2x; \quad 8+x^2 \quad (*)$$

è 6,25. Determinare il numero positivo x .

Q2- Dopo aver calcolato i numeri (*), determinare degli stessi il valore mediano, la media quadratica e la media geometrica. Confrontare i valori delle quattro medie (aritmetica, mediana, media quadratica, media geometrica).

Q3- Calcolare lo scarto semplice medio assoluto dei valori (*).

Q4- Calcolare la somma dei valori assoluti degli scarti dei valori (*) dal valore mediano e confrontarlo con la somma dei valori assoluti degli scarti dalla media aritmetica.

Q5- Calcolare lo scarto quadratico medio dei valori (*).

Soluzione

Q1- La media aritmetica dei numeri assegnati è

$$M_a = \frac{4 + (5+x) + (6-x) + (7+2x) + (8+x^2)}{5} = \frac{30+2x+x^2}{5}$$

Per determinare il valore incognito x si deve risolvere l'equazione

$$\frac{30+2x+x^2}{5} = 6,25 \rightarrow x^2 + 2x - 1,25 = 0 \rightarrow x_1 = -1 \pm \sqrt{1+1,25} = -1 \pm 1,5$$

Si hanno le due radici $x_1 = -2,5$; $x_2 = 0,5$. Dovendo essere $x > 0$, si deduce che il valore accettabile è $x_2 = 0,5$.

I cinque numeri di Filippo sono:

$$4; \quad 5,5; \quad 5,5; \quad 8; \quad 8,25.$$

Q2- I cinque valori sono disposti in ordine crescente ed essendo in numero dispari il valore mediano è $Med=5,5$.

La media quadratica è:

$$M_q = \sqrt{\frac{4^2 + 2 \cdot 5,5^2 + 8^2 + 8,25^2}{5}} = \sqrt{\frac{208,5625}{5}} = 6,4585$$

La media geometrica è:

$$M_G = \sqrt[5]{4 \cdot 5,5^2 \cdot 8 \cdot 8,25} = \sqrt[5]{7.986} = 6,0321$$

Dai valori ottenuti si osserva che il valore più piccolo è quello della mediana, mentre quello più grande è il valore della media quadratica.

$$Mediana < M_G < M_a < M_q \quad \rightarrow \quad 5,5 < 6,0321 < 6,25 < 6,4585$$

Q3- Lo scarto semplice medio assoluto per definizione è la media aritmetica dei valori assoluti degli scarti dei valori numerici assegnati dalla media aritmetica. Quindi:

$$S = \frac{|4-6,25| + 2 \cdot |5,5-6,25| + |8-6,25| + |8,25-6,25|}{5} = \frac{2,25 + 1,5 + 1,75 + 2}{5} = \frac{7,5}{5} = 1,5$$

Q4- Indichiamo con S_1 la somma dei valori assoluti degli scarti dei valori in oggetto dalla mediana. Si ha:

$$S_1 = \sum_{i=1}^5 |x_i - Med| = |4-5,5| + 2|5,5-5,5| + |8-5,5| + |8,25-5,5| = 1,5 + 0 + 2,5 + 2,75 = 6,75$$

La somma dei valori assoluti degli scarti degli stessi valori numeri dalla media aritmetica è

⁽¹⁾ Esercizio assegnato nel compito in classe: M1_4D-13-10-11

$$S_2 = 5S = 5 \cdot 1,5 = 7,5$$

Come si vede risulta $S_1 < S_2$ e questo risultato non è un caso, ma una **proprietà della mediana**; cioè, *la somma dei valori assoluti degli scarti dalla mediana di n valori numerici, i quali non siano tutti uguali tra loro, è minore della somma dei valori assoluti degli scarti rispetto a qualsiasi altro valore medio.*