

## Problema sui fasci di parabole

Considerata l'equazione del fascio di linee

$$y=kx^2+(3-k)x-6k-10$$

precisare cosa rappresenta nel piano cartesiano determinando in particolare le curve generatrici. Precisare le caratteristiche del fascio di curve.

### Soluzione

L'equazione rappresenta un fascio di parabole con l'asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate. Si determinano le curve generatrici del fascio scrivendo l'equazione in modo da separare i termini contenenti il parametro  $k$  dagli altri. La forma cui si fa riferimento è:

$$y - 3x + 10 + k(-x^2 + x + 6) = 0$$

Le equazioni delle due curve generatrici sono:

$$\gamma_1 : y - 3x + 10 = 0,$$

$$\gamma_2 : -x^2 + x + 6 = 0;$$

$\gamma_1$  è una retta,  $\gamma_2$  rappresenta una coppia di rette, precisamente le rette di equazioni  $x-3=0$ ,  $x+2=0$ .

### Classificazione del fascio

Mettendo a sistema le equazioni delle curve generatrici si determinano le coordinate degli eventuali punti base del fascio. Il sistema è

$$\begin{cases} y - 3x + 10 = 0 \\ -x^2 + x + 6 = 0 \end{cases} \text{ le cui soluzioni}$$

sono i punti di coordinate  $(3;-4)$ ,  $(-2;-16)$ .

Avendo trovato come punti base due punti distinti si conclude che il fascio di curve è composto da parabole secanti ed i punti dalle quali passano tutte sono  $A(3;-4)$ ,  $B(-2;-16)$ .

Nella figura riportata sono state rappresentate alcune curve del fascio; in particolare sono rappresentate con colore fucsia le curve generatrici.

Le curve rappresentate corrispondono ai valori interi del parametro da  $k=-2$  a  $k=8$ .

### Osservazione

Si noti che il sistema di riferimento cartesiano non è monometrico; la scelta è dettata dalla necessità di una migliore lettura della rappresentazione grafica.

