Iperbole equilatera

Problema

Considerata l'equazione $y=\frac{2x+k}{2x+6}$, risolvere i quesiti che seguono.

Q1- Determinare il valore del parametro *k* affinché la curva corrispondente passi dal punto $P\left(1;-\frac{3}{8}\right)$.

Q2- Determinare le equazioni degli asintoti della curva e rappresentarla nel piano cartesiano.

Q3- Scrivere l'equazione della retta *t* tangente alla curva nel punto A in cui la stessa interseca l'asse delle ordinate.

Q4- Determinare l'area del triangolo definito dalla tangente *t* con gli asintoti della curva.

Soluzione

Q1- Imponendo che l'equazione della curva sia soddisfatta dalle coordinate del punto P si ricava:
$-\frac{3}{8}=\frac{2+k}{8}\to k=-5\to$L'equazione della curva è $\lambda: y=\frac{2x-5}{2x+6}$

Q2- La curva λ è un'iperbole equilatera i cui asintoti sono le rette $s_1: x=-3$, $s_2: y=1$.

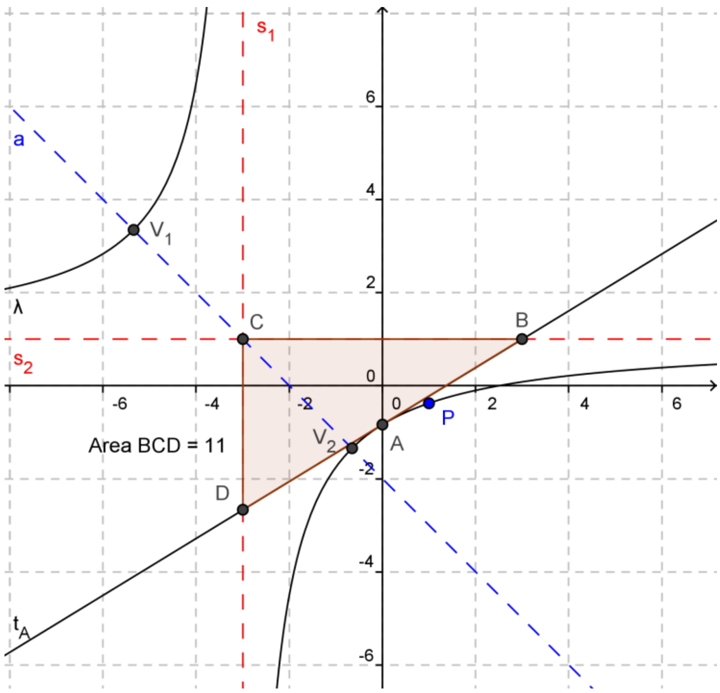
Q3- Il punto in cui l'iperbole taglia l'asse delle ordinate è $A\left(0;-\frac{5}{6}\right)$ e l'equazione della retta tangente nello stesso è :
$t_A: 11x-18y-15=0$

Q4- La retta t_A incontra gli asintoti nei seguenti punti $B(3;1)$, $D\left(-3;-\frac{8}{3}\right)$.

Il centro dell'iperbole è $C(-3;1)$.

L'area del triangolo formato dalla retta t_A con gli asintoti ha area

$Area(BCD)=\frac{1}{2}\cdot\overline{BC}\cdot\overline{CD}=11$



Osservazione

L'asse di simmetria trasverso dell'iperbole è la retta passante per il centro C e parallela alla bisettrice del secondo e quarto quadrante, cioè:
$a: y=-x-2$

Intersecando l'asse trasverso con l'iperbole si determinano le coordinate dei due vertici reali. In figura i vertici sono indicati con V_1 e V_2.

Lasciamo al lettore il compito di determinare le coordinate dei due vertici.