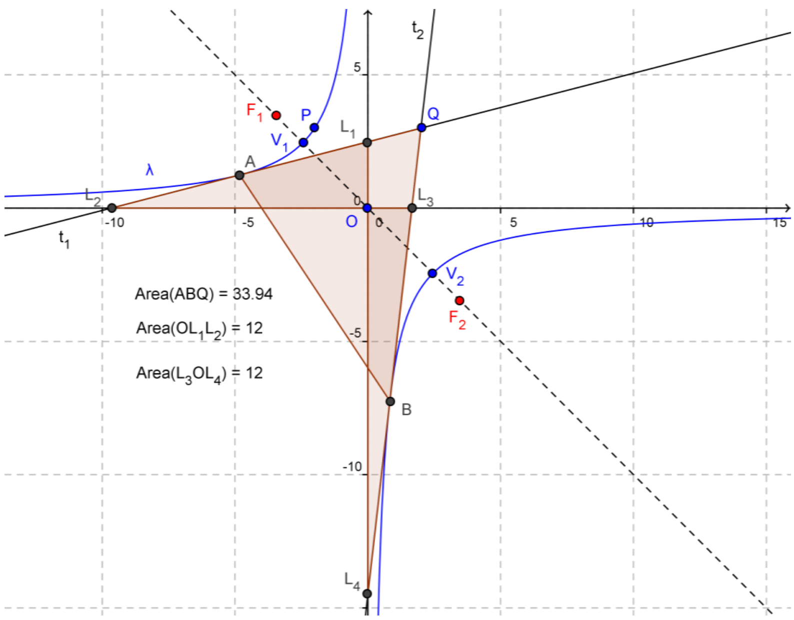
Sull'iperbole equilatera

a) Nel riferimento cartesiano xOy scrivere l'equazione dell'iperbole equilatera λ riferita ai propri asintoti che passa dal punto P(-2;3).
b) Dell'iperbole λ determinare le coordinate dei vertici e dei fuochi, la misura dell'asse trasverso e la distanza focale. Rappresentare la curva, con i vertici ed i fuochi nel riferimento cartesiano.
c) Detto Q il simmetrico di P rispetto all'asse delle ordinate, determinare le equazioni delle due rette t_1, t_2 tangenti condotte da Q all'iperbole e trovare le coordinate dei corrispondenti punti di contatto A, B.
d) Calcolare il perimetro e l'area del triangolo ABQ.
e) Verificare che le rette tangenti t_1, t_2 formano con gli assi cartesiani due triangoli aventi la stessa area[1].
f) Realizzare una figura riepilogativa con tutti gli elementi geometrici elaborati.

Risposte

a) λ:xy=-6
b) Vertici: $V_1\left(-\sqrt{6};\sqrt{6}\right)$, $V_2\left(\sqrt{6};-\sqrt{6}\right)$; fuochi: $F_1\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$, $F_2\left(2\sqrt{3};-2\sqrt{3}\right)$; asse trasverso: $2a=4\sqrt{3}$; $\overline{F_1F_2}=2c=4\sqrt{6}$
c) Q(2;3); $t_1: y=\dfrac{9-6\sqrt{2}}{2}(x-2)+3$; $t_2: y=\dfrac{9+6\sqrt{2}}{2}(x-2)+3$; $A\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);3\left(\sqrt{2}-1\right)\right)$; $B\left(2\left(\sqrt{2}-1\right);-3\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$
d) $Per(ABQ)=2\sqrt{26}+\sqrt{78-20\sqrt{2}}+\sqrt{78+20\sqrt{2}}$; $Area(ABQ)=24\sqrt{2}$
e) Area dei triangoli formati da t_1, t_2 con gli assi coordinati: 12.



[1] Ricordiamo che l'iperbole gode della cosiddetta **proprietà areolare**: "*Considerata la tangente **t** in un generico punto P(x_o;y_o) ad un'iperbole, l'area del triangolo avente per lati i due asintoti e la tangente t è costante*". Se l'iperbole ha semiassi di misure a, b, l'area del triangolo in questione misura *ab*.