

Sull'iperbole

Si consideri nel piano cartesiano xOy la seguente equazione algebrica

$$kx^2 + \left(k - \frac{5}{4}\right)y^2 = -k$$

Quesiti

- 1) Stabilire per quali valori del parametro k l'equazione rappresenta un fascio di iperboli.
- 2) Riconosciuto che k=1 è un valore ammissibile, scrivere l'equazione dell'iperbole γ corrispondente, trovarne vertici, fuochi, eccentricità ed equazioni degli asintoti. Rappresentare la curva con i suoi elementi caratteristici.
- 3) Sia A il punto dell'iperbole γ avente ascissa $-3/4$ e ordinata positiva. Scrivere l'equazione della retta t_A tangente a γ in A e sia P il punto di detta tangente avente ascissa 2.
- 4) Scrivere l'equazione della seconda retta tangente all'iperbole γ condotta da P e determinare il corrispondente punto B di contatto. Calcolare l'area del triangolo ABP.
- 5) Realizzare una figura riepilogativa contenente tutti gli elementi geometrici trovati.

Risposte

- 1) $0 < k < \frac{5}{4}$
- 2) Con k=1 si ha $\gamma: 4x^2 - y^2 = -4$; $V_1(0;2)$, $V_2(0;-2)$; $F_1(0;\sqrt{5})$, $F_2(0;-\sqrt{5})$; $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$
 $s_1: y = 2x$, $s_2: y = -2x$
- 3) $A\left(-\frac{3}{4}; \frac{5}{2}\right)$, $t_A: 6x + 5y - 8 = 0$; $P\left(2; -\frac{4}{5}\right)$
- 4) $t_B: 14x - 25y - 48 = 0$; $B\left(-\frac{7}{24}; -\frac{25}{12}\right)$. Area(ABP)=1331/240