

Parabole congruenti simmetriche e rettangoli inscritti

Problema

Q1- Nel riferimento cartesiano ortogonale xOy scrivere l'equazione della parabola γ avente come asse di simmetria la retta $s:y=2$, passante per $P\left(\frac{3}{2};0\right)$ e che intercetta sull'asse y una corda AB di misura 6.

Q2- Scrivere l'equazione della parabola γ' simmetrica di γ rispetto all'asse delle ordinate e determinare l'area della regione finita di piano F delimitata dalle due parabole. Rappresentare le due parabole.

Q3- Inscrivere nella regione F un rettangolo avente i lati paralleli agli assi coordinati il cui perimetro misuri 14. Riconosciuto che esistono due rettangoli aventi le proprietà indicate, determinare l'area di ciascuno di essi, nonché l'area della regione piana comune agli stessi.

Q4- Rappresentare gli elementi geometrici determinati.

Risposte

Q1- La parabola cercata è $\gamma : x = -\frac{3}{10}y^2 + \frac{6}{5}y + \frac{3}{2}$ (**)

Q2- $\gamma' : x = \frac{3}{10}y^2 - \frac{6}{5}y - \frac{3}{2}$.

$$\text{Area}(F) = \frac{108}{5}$$

Q3- Esistono due rettangoli inscritti nella regione piana F aventi perimetro 14.

Vertici del primo rettangolo: $C'\left(\frac{3}{2};0\right)$, $D'\left(\frac{3}{2};4\right)$, $E'\left(-\frac{3}{2};4\right)$, $F'\left(-\frac{3}{2};0\right)$

Vertici del secondo rettangolo: $C''\left(\frac{13}{6};\frac{2}{3}\right)$, $D''\left(\frac{13}{6};\frac{10}{3}\right)$, $E''\left(-\frac{13}{6};\frac{10}{3}\right)$, $F''\left(-\frac{13}{6};\frac{2}{3}\right)$.

$\text{Area}(C'D'E'F')=3\cdot 4=12$; $\text{Area}(C''D''E''F'')=104/9$.

L'area della regione comune ai due rettangoli $C'D'E'F'$, $C''D''E''F''$ è 8.