

Fascio di parabole

Doppio segmento parabolico e quadrato inscritto

Problema

Considerata nel piano cartesiano xOy l'equazione parametrica $kx^2 - 2kx - y - 3k = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si affrontino i quesiti che seguono.

- 1) Determinare le equazioni delle curve generatrici del fascio, precisandone il tipo, e gli eventuali punti base.
- 2) Riconosciuto che per $k \neq 0$ si hanno delle parabole, determinare l'equazione del luogo geometrico descritto dai vertici delle parabole del fascio.
- 3) Determinare l'equazione della parabola γ del fascio avente il vertice di ordinata 4 e sia γ' la parabola simmetrica di γ rispetto all'asse delle ascisse.
- 4) Calcolare l'area della regione finita di piano R delimitata dalle parabole γ e γ' (doppio segmento parabolico).
- 5) Determinare le coordinate dei vertici del quadrato inscritto nella regione R avente i lati paralleli agli assi coordinati e trovare perimetro ed area del quadrato. Calcolare il rapporto tra l'area del quadrato e quella della regione R .
- 6) Realizzare una figura riepilogativa contenente tutti gli elementi geometrici elaborati.