

Iperbole equilatera ed ellisse

Applicazione delle traslazioni e della simmetria centrale

Problema

- 1) Considerata l'equazione $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, determinare i valori dei parametri a, b, c, d in modo che la curva corrispondente sia un'iperbole equilatera avente centro in $C\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ e passi da $A(-2;0)$.
Rappresentare l'iperbole λ_1 corrispondente all'equazione trovata.
- 2) Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera λ_2 traslata di λ_1 avente centro nell'origine degli assi.
- 3) Sia P il punto di λ_2 avente ascissa 3. Scrivere l'equazione della retta **t** tangente a λ_2 in P e l'equazione della retta **t'** tangente a λ_2 nel simmetrico di P rispetto al centro di λ_2 . Determinare la distanza delle rette **t**, **t'**.
- 4) Determinare l'equazione dell'ellisse λ_3 riferita ai suoi assi tangente a λ_2 in P. Determinare vertici, fuochi ed eccentricità dell'ellisse.
- 5) Realizzare una figura riepilogativa contenente tutti gli elementi geometrici elaborati nel problema.

Risposte

- 1) $\lambda_1 : y = \frac{x+2}{2x+1}$
- 2) $\lambda_2 : xy = \frac{3}{4}$
- 3) $P\left(3; \frac{1}{4}\right); t_p : x+12y = 6; \dots$

$$\text{Distanza tra le rette: } d(t; t') = \frac{12}{\sqrt{145}}$$

- 4) Equazione dell'ellisse: $\lambda_3 : \frac{x^2}{18} + 8y^2 = 1; \dots$