

Problemi sull'entropia

- 1) (Ghiaccio che si scioglie) - Calcolare la variazione di entropia che subiscono 600 grammi di ghiaccio che si trovano alla temperatura di 0°C subito dopo che si sono fusi.

Soluzione

La fusione del ghiaccio, alla pressione di 1 atmosfera, avviene alla temperatura costante di 0°C=273,15K. La quantità di calore Q che il ghiaccio deve assorbire per fondersi è uguale al **calore latente di fusione**

$$L_f = 3,34 \cdot 10^5 \frac{J}{Kg} \text{ moltiplicato per la massa del ghiaccio } m.$$

La variazione di entropia ΔS nel passaggio di stato è uguale al rapporto tra il calore assorbito, considerato come positivo, e il valore della temperatura alla quale avviene il passaggio di stato espressa nella scala assoluta, quindi

$$\Delta S = \frac{Q_{ass.}}{T}.$$

Essendo

$$Q_{ass.} = m \cdot L_f = 0,600Kg \cdot 3,34 \cdot 10^5 \frac{J}{Kg} = 2,004 \cdot 10^5 J \approx 2,0 \cdot 10^5 J$$

si ottiene

$$\Delta S = \frac{Q_{ass.}}{T} = \frac{2,0 \cdot 10^5 J}{273,15K} \approx 732 \frac{J}{K}$$

- 2) (vapore acqueo che condensa) - Calcolare la variazione di entropia che subisce la massa di 1,2Kg di vapore acqueo che alla temperatura di 100°C condensa trasformandosi in acqua.

Soluzione

Il vapore acqueo alla pressione di un'atmosfera condensa alla temperatura di 100°C=373,15K. Nel processo di condensazione il vapore cede calore e la temperatura rimane costante; il calore ceduto è uguale al **calore latente di vaporizzazione** che la corrispondente massa di acqua di 1,2 Kg ha assorbito per trasformarsi in vapore.

Il calore latente di vaporizzazione dell'acqua è

$$L_v = 2253 \cdot 10^3 \frac{J}{Kg}$$

Il calore ceduto dal vapore nel cambiamento di stato è

$$Q = m \cdot L_v = 1,2Kg \cdot 2253 \cdot 10^3 \frac{J}{Kg} \approx 2704 \cdot 10^3 J$$

Nel calcolo della variazione di entropia subita dalla massa di acqua il calore ceduto va considerato negativo per cui la variazione ΔS di entropia subita è negativa e vale

$$\Delta S = \frac{Q_{ced.}}{T} = -\frac{2704 \cdot 10^3 J}{373,15 K} \approx -7,25 \cdot 10^3 \frac{J}{K}$$

- 3) (Gas perfetto compresso isotericamente) - Due moli di gas perfetto vengono compresse a temperatura costante finché il volume finale non diventa pari al 25% del volume iniziale. Calcolare la variazione di entropia subita dal gas.

Soluzione

Il gas ideale nella sua trasformazione attraversa stati fisici di equilibrio termodinamico nei quali le grandezze pressione **P**, volume **V**, temperatura **T**, obbediscono all'equazione di stato **PV=nRT**, essendo *n* il numero di moli di gas ed *R* la costante dei gas perfetti.

Poiché la trasformazione subita dal gas è isoterma e si verifica una compressione (diminuzione di volume), dal **primo principio della termodinamica**, essendo **Q** il calore scambiato, **L** il lavoro eseguito dal gas, **ΔU** la variazione di energia interna subita dal gas, risulta

$$Q = L + \Delta U$$

Ricordiamo ora che l'energia interna di un gas dipende solo dalla temperatura e se questa non varia anche l'energia interna rimane costante nella trasformazione (isoterma), pertanto dal primo principio della termodinamica deduciamo l'uguaglianza

$$Q = L$$

Calcolo del lavoro compiuto dal gas

Il lavoro compiuto dal gas, le cui coordinate termodinamiche siano pressione *P*, volume *V*, temperatura *T*, quando subisce una variazione di volume *dV* è

$$dL = PdV, \text{ con } P = \frac{nRT}{V}$$

Per calcolare tutto il lavoro eseguito nella trasformazione per passare dal volume iniziale *V_i* al volume finale *V_f* si deve eseguire un calcolo integrale. Precisamente

$$L = \int_{V_i}^{V_f} PdV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV$$

e siccome la trasformazione subita è un'isoterma, quindi *T* è costante, segue

$$L = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT [\ln(V)]_{V_i}^{V_f} = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Per il primo principio , il lavoro compiuto dal gas coincide con il calore scambiato, che in questo caso è stato ceduto dal gas all'ambiente esterno.

Calcolo della variazione di entropia

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)}{T} = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = nR \ln\left(\frac{0,25V_i}{V_i}\right) = nR \ln\left(\frac{1}{4}\right) = -nR \ln 4 =$$
$$-2 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \ln 4 = -23,05 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Osserviamo che in una compressione il gas compie lavoro negativo e nel caso di una trasformazione isoterma cede calore; il calore ceduto per convenzione è negativo e la variazione di entropia che il gas subisce è negativa.