

## Problema sulla dilatazione lineare

**Problema**<sup>1</sup> (scoprire il coefficiente di dilatazione lineare di un materiale incognito)

Sia abbia una bacchetta della lunghezza precisa di 20,05cm, misurata con una riga di acciaio in una stanza alla temperatura di 20 °C. Sia la bacchetta sia la riga vengono poste in un forno a 270 °C; ora la bacchetta misura 20,11 cm, misurata sempre con la stessa riga. Qual è il coefficiente di dilatazione termica del materiale di cui è composta la bacchetta?

### Elaborazioni

Coefficiente di dilatazione lineare dell'acciaio  $\lambda_{acc.} = 11 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Sia  $\lambda_x$  il coefficiente di dilatazione termica da determinare.

- 1) Osserviamo subito che la riga di acciaio utilizzata come metro una volta portata alla temperatura di 270 °C subisce una dilatazione. Se la riga è lunga 1 metro=100 cm, la dilatazione che subisce è

$$\Delta l_{acc.} = \lambda_{acc.} \cdot l \cdot \Delta T = 11 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \cdot 100 \text{cm} \cdot (270 - 20) ^\circ\text{C} = 0,2750 \text{cm}$$

quindi, la lunghezza del “nuovo metro” determinata con una riga di acciaio che si trovi alla temperatura di 20°C è 100,275cm.

Percentualmente si ha

$$\frac{\Delta l_{acc.}}{l} = \frac{0,2750 \text{cm}}{100 \text{cm}} = 0,275\%$$

In conseguenza dell'allungamento della riga graduata (il metro) la misura della lunghezza di un qualsiasi oggetto rilevata con il metro di acciaio riscaldato non avrà lo stesso valore di quello ottenuto eseguendo la misura con lo stesso metro di acciaio mantenuto alla temperatura di 20°C. Se  $l$  è la lunghezza del corpo da misurare alla temperatura  $T=20^\circ\text{C}$  ed  $l'$  è quella rilevata per lo stesso corpo con il metro riscaldato a 270°C, risulterà  $l' < l$  e precisamente vale l'uguaglianza

$$\frac{l'}{l} = \frac{100 \text{cm}}{100,275 \text{cm}} = \frac{100}{100,275}, \text{ da cui } l = \frac{100,275}{100} \cdot l' \quad (*)$$

- 2) La barretta di materiale incognito alla temperatura  $T_1=20^\circ\text{C}$  ha lunghezza  $l_1 = 20,05 \text{cm}$ . Sappiamo che la barretta è stata riscaldata e portata alla temperatura  $T_2=270^\circ\text{C}$ , quindi ha subito una dilatazione  $\Delta l_1$  e la sua nuova lunghezza, misurata con la riga di acciaio mantenuta alla temperatura di 20°C è

$$l_2 = l_1 + \Delta l_1$$

Essendo

$$\Delta l_1 = \lambda_x \cdot l_1 \cdot \Delta T = \lambda_x \cdot l_1 \cdot 250^\circ\text{C} \quad (**)$$

<sup>1</sup> Il testo del problema è riportata a pag.437 del testo Fondamenti di Fisica-Termologia, autori: D.Halliday, R.Resnick, J. Walker. Sec. Edizione Zanichelli

Per determinare il valore di  $\lambda_x$  è necessario calcolare l'effettivo allungamento  $\Delta l_1$  della barretta di materiale incognito sfruttando l'informazione della lunghezza di 20,11cm della barretta riscaldata rilevata con la riga di acciaio graduata riscaldata alla temperatura di 270°C.

A questo scopo utilizziamo la relazione (\*).

Indichiamo con  $l_2'$  la misura della barretta di materiale incognito rilevata con il "metro riscaldato". Dalla relazione (\*) ricaviamo che la lunghezza  $l_2$  effettiva della barretta riscaldata (misurata con la riga di acciaio alla temperatura di 20°C) è

$$l_2 = \frac{100,275}{100} \cdot l_2' = \frac{100,275}{100} \cdot 20,11 \text{ cm},$$

di conseguenza la variazione di lunghezza subita è

$$\Delta l_1 = l_2 - l_1 = \left( \frac{100,275}{100} \cdot 20,11 - 20,05 \right) \text{ cm}$$

Dal confronto con la (\*\*) si ha

$$\lambda_x \cdot l_1 \cdot 250^\circ\text{C} = \left( \frac{100,275}{100} \cdot 20,11 - 20,05 \right) \text{ cm}, \text{ con } l_1 = 20,05 \text{ cm},$$

da cui

$$\lambda_x = \frac{\left( \frac{100,275}{100} \cdot 20,11 - 20,05 \right) \text{ cm}}{20,05 \text{ cm} \cdot 250^\circ\text{C}} = 23,0 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

Confrontando il valore ottenuto con quelli dei materiali notevoli si deduce che si tratta del valore del coefficiente di dilatazione lineare dell'alluminio.

<b>Coefficienti di dilatazione lineare per alcuni materiali</b>			
<b>Materiale</b>	<b><math>\lambda</math> (<math>^\circ\text{C}^{-1}</math>)</b>	<b>Materiale</b>	<b><math>\lambda</math> (<math>^\circ\text{C}^{-1}</math>)</b>
Acciaio	$11 * 10^{-6}$	Acetone	$14,9 * 10^{-4}$
Alluminio	$24 * 10^{-6}$	Acqua	$2,1 * 10^{-4}$
Argento	$19 * 10^{-6}$	Alcool	$11,2 * 10^{-4}$
Ferro	$12 * 10^{-6}$	Benzolo	$12,4 * 10^{-4}$
Ottone e bronzo	$19 * 10^{-6}$	Glicerina	$5,1 * 10^{-4}$
Rame	$17 * 10^{-6}$	Mercurio	$1,82 * 10^{-4}$
Vetro	$9 * 10^{-6}$	Petrolio	$9,5 * 10^{-4}$
Vetro pyrex	$3,2 * 10^{-6}$	Benzina	$9,6 * 10^{-4}$
Piombo	$29 * 10^{-6}$	Aria	$3,67 * 10^{-3}$
Cemento	$12 * 10^{-6}$	Elio	$3,665 * 10^{-3}$
Oro	$14,3 * 10^{-6}$	Olio d'oliva	$0,74 * 10^{-3}$