Conservazione della quantità di moto e dell'energia meccanica

Una massa di plastilina lanciata in verticale verso un blocco sospeso

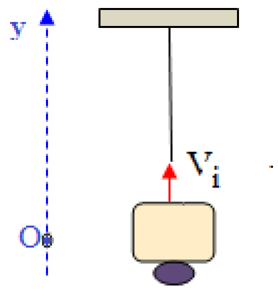
Problema

Una massa m_1=80g di plastilina viene lanciata verticalmente verso un blocco di legno, di massa m_2=500g sospeso verticalmente ad un filo di acciaio di massa trascurabile ad un supporto, al quale si attacca. Nell'istante dell'impatto la plastilina ha velocità V_0=8m/s.

1. Determinare la velocità con cui il sistema blocco-legno+plastilina inizia a salire.
2. Determinare la percentuale di energia meccanica persa nell'urto della plastilina con il blocco di legno.
3. Determinare l'altezza di cui il baricentro del sistema blocco-legno+plastilina sale prima di fermarsi (per un istante) ed il tempo impiegato.

Elaborazioni

1. Consideriamo l'istante in cui la massa di plastilina colpisce il blocco di legno alla base inferiore e si attacca a questo. In detto istante il sistema isolato blocco di legno+plastilina ha quantità di moto pari alla quantità di moto della plastilina: $m_1 \cdot \vec{V_0}$. L'urto tra plastilina e blocco di legno è completamente anelastico perché i due corpi diventano un'unica massa di valore m_1+m_2. Il nuovo sistema inizierà a muoversi verso l'alto con velocità $\vec{V_i}$ ed il valore di questa velocità si determina applicando il principio di conservazione della quantità di moto. Sussiste l'uguaglianza



$m_1 \cdot \vec{V_0} = (m_1 + m_2) \cdot \vec{V_i}$

della quale possiamo scrivere la forma scalare rispetto all'asse di riferimento verticale che assumiamo orientato verso l'alto e con origine O alla quota del **baricentro del nuovo sistema meccanico**

$m_1 V_0 = (m_1 + m_2) V_i$, da cui si ricava $V_i = \frac{m_1 V_0}{m_1 + m_2} = \frac{80g \cdot 8ms^{-1}}{(80+500)g} \simeq 1{,}10 \frac{m}{s}$

2. L'energia meccanica disponibile prima dell'urto è data dall'energia cinetica della massa di plastilina, mentre quella subito dopo l'urto è quella dell'energica cinetica del sistema blocco-legno+plastilina. Si ha

$E_c^i = \frac{1}{2} m_1 V_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}080Kg \cdot (8ms^{-1})^2 = 2{,}56J$;

$E_c^f = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}580Kg \cdot (1{,}10ms^{-1})^2 = 0{,}3509J \simeq 0{,}35J$

La variazione percentuale di energia meccanica che si verifica nell'urto è il rapporto tra la variazione di energia meccanica verificatasi nell'urto e l'energia meccanica disponibile inizialmente. Risulta:

$\frac{\Delta E_c}{E_c^i} = \frac{E_c^f - E_c^i}{E_c^i} = \frac{0{,}35J - 2{,}56J}{2{,}56J} = \frac{-2{,}21J}{2{,}56J} \simeq -0{,}863 = -86{,}3\%$

Il segno negativo nella variazione percentuale indica appunto che nell'urto è stata persa energia meccanica pari all'86,3% dell'energia meccanica disponibile inizialmente. L'energia meccanica mancante è stata trasformata in energia termica nell'impatto.

3. Il moto di salita del sistema meccanico avviene sotto l'azione della forza peso $(m_1+m_2)\vec{g}$ che è conservativa, dunque nel moto si conserva tutta l'energia meccanica (somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale gravitazionale).
Assumiamo come **livello zero per l'energia potenziale gravitazionale U** quello del piano orizzontale passante per **la posizione del baricentro del sistema blocco-legno+plastilina subito dopo l'urto**.
Il sistema meccanico salirà portando il suo baricentro alla quota h rispetto a quella iniziale allorché si arresterà per poi ridiscendere; nell'istante dell'arresto il sistema avrà esaurito la sua energia (di movimento) cinetica e possiederà solo energia potenziale gravitazionale. Sussisterà dunque l'uguaglianza
$\frac{1}{2}(m_1+m_2)V_i^2=(m_1+m_2)\cdot g\cdot h$, da cui $h=\frac{V_i^2}{2g}=\frac{\left(1{,}10ms^{-1}\right)^2}{2\cdot 9{,}81ms^{-2}}\simeq 6{,}17cm$
Calcolo del tempo di salita
La salita del corpo avviene con decelerazione costante e l'espressione temporale della velocità scalare rispetto all'asse di riferimento adottato è $V=V_i-gt$, avendo assunto t=0s istante in cui inizia a salire. Il tempo di salita si ottiene ponendo uguale a zero la componente scalare della velocità; si deve risolvere l'equazione
$V_i-gt=0$, nell'incognita t e si ricava
$t=\frac{V_i}{g}=\frac{1{,}10ms^{-1}}{9{,}81ms^{-2}}\simeq 112ms$