# Un aiuto dal limite della derivata prima in un punto

In merito al

**Quesito**[1]
Quando studiare il limite della derivata prima in un punto?

**La risposta**
Ciao, Vito.

E'opportuno studiare il limite della derivata prima in un punto $x_0$ reale, di accumulazione per il dominio della funzione, quando nello stesso la funzione non è derivabile.
Si deve distinguere il caso in cui il punto $x_0$ appartenga la dominio di definizione della funzione, da quello in cui non appartenga; in questi casi è sempre bene osservare come si comporta il grafico della funzione in un intorno del suddetto punto. I casi che si possono presentare sono diversi e di seguito presento tre esempi.

**Esempi**
**1)** La funzione y=$x^2$-abs($x$), dove abs($x$) significa "valore assoluto di $x$", nel punto $x$=0 è definita ma non è derivabile. Se si studiano i limiti della derivata prima da sinistra e da destra per $x$ che tende a 0 si trovano valori finiti diversi tra loro e quindi le due semitangenti al grafico nel punto (0;$f$(0)) sono diverse. Tracciando le semirette tangenti al grafico nel punto (0;$f$(0)) si è guidati nel tracciamento del grafico nelle vicinanze del punto. Per stabilire poi se la curva si trova al si sopra o al di sotto di ciascuna semitangente si guarda il segno della derivata seconda nel corrispondente intorno destro o sinistro.
**2)** La funzione y=sqrt($x$-1), dove sqrt($n$) significa la radice quadrata di $n$, nel punto $x$=1 non è derivabile ma la funzione è definita. Il dominio è l'intervallo [1;+∞[. Studiando il limite destro per $x$ tendente a 1 della derivata si ottiene +∞. Questo risultato ti indica che il grafico della curva è tangente alla retta $x$=1, da destra, nel punto (1;0).
**3)** La funzione $y=e^{1/x}$ non è definita nel punto $x$=0, ma questo è di accumulazione per il dominio. Studiando il limite della derivata prima per $x$ tendente zero, dalla sinistra si ottiene zero e dalla destra -∞. Queste informazioni permettono di concludere che per $x$ tendente a zero dalla sinistra il diagramma della curva arriva nel punto (0;0) tangenzialmente all'asse delle ascisse, mentre per $x$ tendente a zero dalla destra il diagramma della curva si avvicina all'asse delle ordinate andando verso più infinito.
Buon lavoro.
Ti saluto.
Prof. Luigi Lecci

N. B.

Gli utenti del sito trovano il lavoro completo con la trattazione dei tre esempi cui si è fatto cenno sopra e altri tre esempi, corredati di commenti e rappresentazioni grafiche accurate, nella sezione Analisi\Studi di funzione. Sono disponibili due file: il primo contenente solo note teoriche ed il secondo contenente note teoriche e sviluppo degli esempi proposti.

Link alle note teoriche      Link al Lavoro completo (solo per gli utenti registrati)

[1] Quesito posto da V.M, studente universitario di Biotecnologie, per orientarsi nello studio di una funzione in preparazione all'esame di Analisi matematica I.