# Dal grafico alla funzione

## Esercitazione con una funzione periodica goniometrica

In Figura 1 è riportato parzialmente il diagramma di una funzione periodica.

Facendo riferimento alle funzioni goniometriche e sfruttando le informazioni che si possono dedurre dal diagramma, indicare la forma di una possibile funzione y=h(x) il cui grafico abbia le caratteristiche del grafico indicato.

## Risoluzione

### Considerazioni

1. La funzione rappresentata ha periodo $T=2\pi$ ed è definita su tutto l'asse reale con esclusione dei punti $x=2k\pi$, $k\in Z$. L'esclusione dei suddetti punti si evince dalla presenza delle rette tratteggiate parallele all'asse y e passanti per i punti B e C, di ascisse rispettivamente $2\pi$ e $4\pi$, **asintoti verticali** per il diagramma rappresentato; dunque il **dominio di definizione** è l'insieme $A=\mathbb{R}-\{x|x=2k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.
2. La presenza della **retta** di equazione s:y=-2, **tangente** nei punti della forma $x=(1+2k)\pi, k\in\mathbb{Z}$, indica che la funzione assume nelle ascisse degli stessi punti il suo **massimo assoluto** di valore - 2.
3. La funzione assume nel suo dominio di definizione valori negativi; questa caratteristica può essere ottenuta sfruttando un segno di modulo.

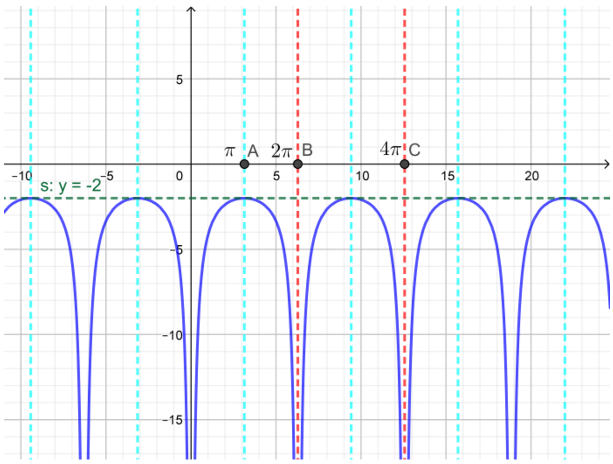


Figura 1

### Individuazione di una funzione adeguata

1. Partiamo dalla **funzione periodica** $f_0(x)=sen(x/2)$, definita su tutto l'asse reale ed avente **periodo** $T_0=2\pi/(1/2)=4\pi$, il cui diagramma è riportato in Figura 2. **Il** suo **modulo** $f_1(x)=|f(x)|=|sen(x/2)|$, ancora **funzione periodica**, ha periodo $T_1=T_0/2=2\pi$. Il valore massimo di $f_1(x)$ è 1 ed è assunto nei punti x tali che $\frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+k\pi$, quindi nei punti $x=\pi+2k\pi$, con $k\in\mathbb{Z}$, nei quali la funzione seno assume alternativamente i valori +1,-1. Osserviamo che **$f_1(x)$ si annulla** nei punti x tali che $\frac{x}{2}=k\pi$, quindi $x=2k\pi$, con $k\in\mathbb{Z}$.

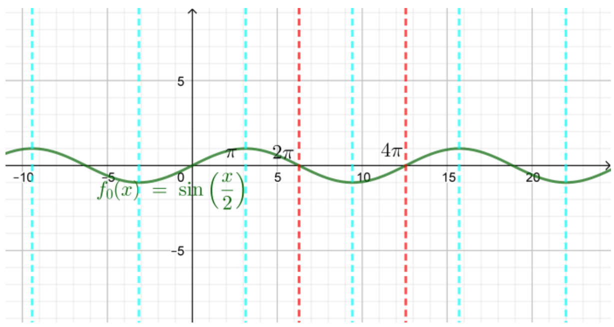


Figura 2

2. La **funzione reciproca** di $f_1(x)$, $f_2(x)=1/ f_1(x)$, è definita in tutto R con **esclusione dei punti che sono zeri di $f_1(x)$**, dunque con esclusione dei punti $x=2k\pi$, con $k\in\mathbb{Z}$; in corrispondenza di detti punti il diagramma della funzione $f_2(x)$ presenta degli **asintoti verticali**. In Figura 3 sono riportati i diagrammi delle funzioni $f_1(x)$, $f_2(x)$.
3. Consideriamo ora la funzione $f_3(x)=- f_2(x)$ il cui diagramma è **simmetrico rispetto all'asse delle ascisse** di quello della funzione $f_2(x)$ e successivamente consideriamo la funzione $f_4(x) =2\ f_3(x)$ il cui diagramma si ottiene da quello di $f_3(x)$ applicando la **dilatazione di fattore 2** lungo l'asse y.
4. In Figura 4 sono rappresentati i diagrammi delle funzioni $f_3(x)$, $f_4(x)$. **La funzione $f_4(x)$ ha tutte le caratteristiche di quella assegnata** nel testo dell'esercizio, dunque possiamo assumere $h(x)= f_4(x)$,

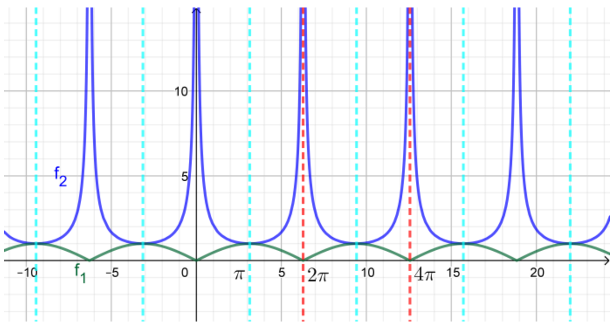

Figura 3

$$h(x)=f_4(x)=\frac{-2}{\left|sen\left(\frac{x}{2}\right)\right|}$$

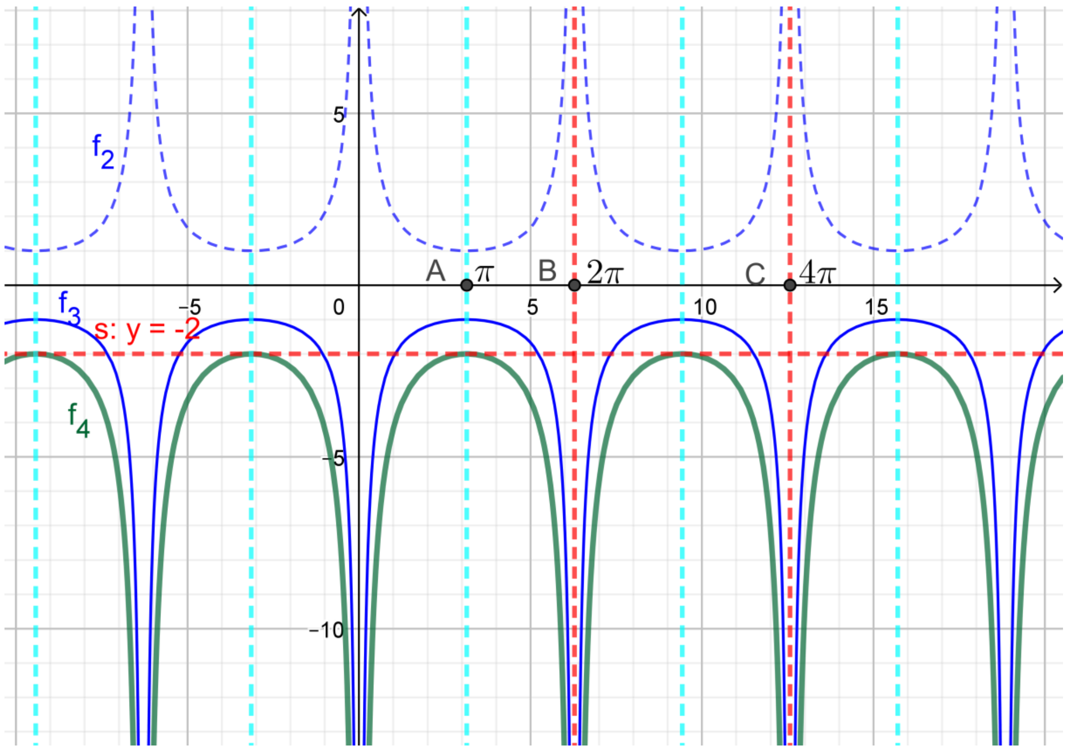

Figura 4- La funzione $h(x)=f_4(x)=\frac{-2}{\left|sen\left(\frac{x}{2}\right)\right|}$ è una che possiede tutte le caratteristiche richieste