QUESTIONARIO

Quesito 3 (applicazione dei limiti notevoli)

Sapendo che: $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{ax+2b}-6}{x}=1$ determinare i valori di a e b.

Risoluzione

3.1 Osserviamo che il denominatore è infinitesimo per $x\to 0$, quindi, lo deve essere anche il numeratore in modo che il limite sia della forma indeterminata 0/0 e possa tendere al risultato richiesto.

3.2 La funzione al numeratore per x =0 vale $\sqrt{2b}-6$, quindi, ponendo $\sqrt{2b}-6=0$, si ricava $b=18$.

3.3 Il limite da analizzare è $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{ax+36}-6}{x}=1$. Ricordando il limite notevole $\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\alpha}-1}{x}=\alpha$, con $\alpha\in$R, e più in generale $\lim_{x\to x_0}\frac{(1+\varphi(x))^{\alpha}-1}{\varphi(x)}=\alpha$, con $\alpha\in$R, se per $x\to x_0$ la funzione $\varphi(x)\to 0$, elaboriamo la forma del limite come segue

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{ax+36}-6}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{6\cdot\sqrt{\frac{a}{36}x+1}-6}{x}=6\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\left(1+\frac{a}{36}x\right)^{\frac{1}{2}}-1}{\frac{36}{a}\cdot\frac{a}{36}x}=\frac{a}{6}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\left(1+\frac{a}{36}x\right)^{\frac{1}{2}}-1}{\frac{a}{36}x}=\frac{a}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{a}{12}$$

Imponendo a questo punto che il risultato del limite sia 1 si ottiene $\frac{a}{12}=1$, da cui a=12.

Concludiamo che il limite in oggetto è $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{12x+36}-6}{x}=1$.