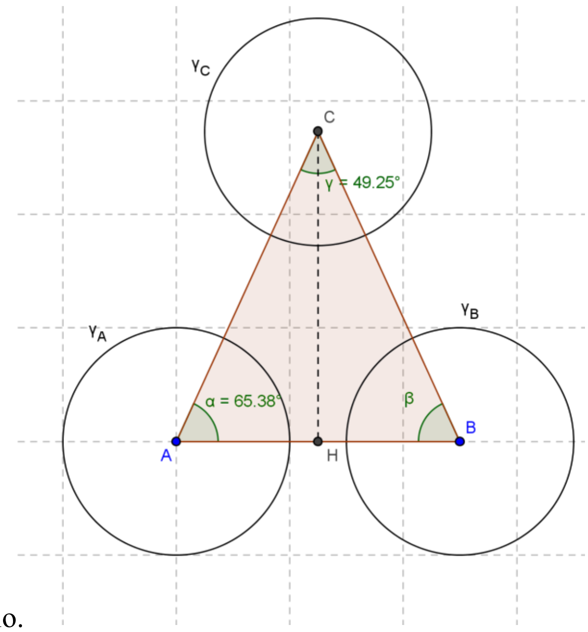
QUESTIONARIO

Quesito n.8
Calcolo di una probabilità con il metodo Monte Carlo

8. I lati di un triangolo misurano, rispettivamente, 6 cm, 6 cm, 5 cm. Preso a caso un punto P all'interno del triangolo, qual è la probabilità che P disti più di due cm da tutti e tre i vertici del triangolo?

Risoluzione

Facciamo riferimento alla figura riportata a margine .
In figura sono rappresentati:
1. il triangolo ABC, che risulta isoscele su AB;
2. le circonferenze aventi centri nei vertici del triangolo e raggio 2cm;
3. le ampiezze degli angoli interni del triangolo.



Strategia risolutiva

Osserviamo che il triangolo intersecando i cerchi delimitati dalle tre circonferenze determina tre settori circolari, due dei quali, quelli relativi ai vertici A e B, sono congruenti.

I punti P appartenenti al triangolo ABC che hanno dai tre vertici distanza maggiore di 2cm sono quelli che risultano esterni ai suddetti tre settori.

Per calcolare la probabilità che un punto scelto a caso nel triangolo disti più di 2cm da ciascun vertice basta eseguire il rapporto tra l'area della superficie del triangolo esterna ai tre settori e l'intera area del triangolo.

Aree dei settori

Indichiamo con:
Sett_A, il settore avente vertice in A;
Sett_B, il settore avente vertice in B;
Sett_C, il settore avente vertice in C.

Area(Sett_A)= Area(Sett_B)= $\pi 2^2 \cdot \frac{65,38°}{360°} cm^2 \simeq 2,2822 cm^2$;

Area(Sett_C)= $\pi 2^2 \cdot \frac{49,25°}{360°} cm^2 \simeq 1,7191 cm^2$.

Sia CH l'altezza del triangolo relativa al lato AB.

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{6^2 - 2,5^2} cm = \frac{\sqrt{119}}{2} cm \simeq 5,4544 cm$$

Area (triangolo ABC)= $\frac{\overline{AB} \cdot \overline{CH}}{2} = 13,6359 cm^2$

Area della regione utile per l'appartrnenza del punto P

S=Area(ABC)-[2 Area(Sett_A)+Area(Sett_C)]$\simeq \left[13,6359 - \left(2 \cdot 2,2822 + 1,7191\right)\right] cm^2 = 7,3524 cm^2$.

Probabilità richiesta

$$p = \frac{7,3524 cm^2}{13,6359 cm^2} \simeq 53,9\%$$

Commento

Il problema rientra nel tipo di esercizi sulla probabilità che si risolvono applicando il metodo cosiddetto "Monte Carlo". Se lo studente conosce il metodo riesce a calcolare la probablità richiesta.
Come **indice di difficoltà** in una scale da 1 a 5 direi **fra 3 e 4**.