

QUESTIONARIO

Quesito n.6

Ricerca il minimo di una funzione quadratica

6. Sia f la funzione, definita per tutti gli x reali, da

$$f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-4)^2 + (x-5)^2,$$

determinare il minimo di f .

Risoluzione

Primo metodo (funzione quadratica)

La funzione in oggetto è un polinomio di secondo grado. Eseguendo i quadrati dei binomi presenti e sommando i termini simili si ottiene

$$f(x) = 5x^2 - 30x + 55.$$

Il digramma della funzione $y = 5x^2 - 30x + 55$ è una parabola con concavità rivolta verso l'alto e il minimo della funzione coincide con l'ordinata del vertice. Il vertice ha ascissa

$$x = \frac{30}{10} = 3 \text{ e ordinata } f(3) = 5(9 - 18 + 11) = 10.$$

Concludiamo che il minimo (assoluto) della funzione è 10.

Secondo metodo (applicazione delle derivate)

La funzione f è continua e derivabile; si può determinare la funzione derivata prima e trovarne l'unico zero, quindi calcolare la funzione derivata seconda e riconoscere che è costantemente positiva nel dominio della funzione f , concludere che il punto è di minimo.

$$f'(x) = 2(x-1) + 2(x-2) + 2(x-3) + 2(x-4) + 2(x-5) = 10(x-3)$$

La funzione derivata prima si annulla nel punto $x=3$.

La derivata seconda è $f''(x) = 10$, costante e positiva, dunque anche $f''(3) > 0$, quindi il punto $x=3$ è di minimo relativo, anzi assoluto. Il valore del minimo è $f(3)=10$.

Commento

Il quesito risulta essere facile e velocemente risolvibile. Come **indice di difficoltà**, in una scala da 1 a 5, **massimo 1**.

