

QUESTIONARIO

Quesito n.5 Geometria analitica dello spazio⁽¹⁾

5. Determinare un'espressione analitica della retta perpendicolare nell'origine al piano di equazione $x+y-z=0$.

Risoluzione

Ricordiamo che l'equazione cartesiana di un piano α nello spazio Oxyz è

$$\alpha : ax + by + cz + d = 0,$$

e se il piano passa dall'origine degli assi diventa

$$\alpha : ax + by + cz = 0$$

Il vettore $\vec{u}(a;b;c)$ rappresenta la **giacitura del piano** ed è ad esso perpendicolare.

L'equazione della retta r passante per il punto $P(x_0;y_0;z_0)$ ed avente **parametri direttori** $(l;m;n)$, con $(l;m;n) \neq (0; 0; 0)$, scritta sotto forma di rapporti è

$$r : \frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$$

Una retta r perpendicolare ad un piano α risulta parallela al vettore giacitura del piano, dunque i parametri direttori della retta devono essere proporzionali alle componenti cartesiane del vettore giacitura.

Ciò premesso, il vettore giacitura del piano è

$\vec{u}(1;1;-1)$, pertanto la terna dei parametri direttori

della retta sarà $(\rho; \rho; -\rho)$, con $\rho \neq 0$.

Il piano in oggetto $\alpha : x + y - z = 0$ passa per l'origine degli assi $O(0;0;0)$ e la retta r perpendicolare al piano nello stesso punto avrà equazione

$$r : \frac{x-0}{\rho} = \frac{y-0}{\rho} = \frac{z-0}{\rho}$$

Assumendo $\rho=1$ l'equazione diventa

$$r : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$$

Un'espressione comoda per l'equazione della retta è quella parametrica, che è la seguente

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}, \text{ per ogni } t \in \mathbb{R}.$$

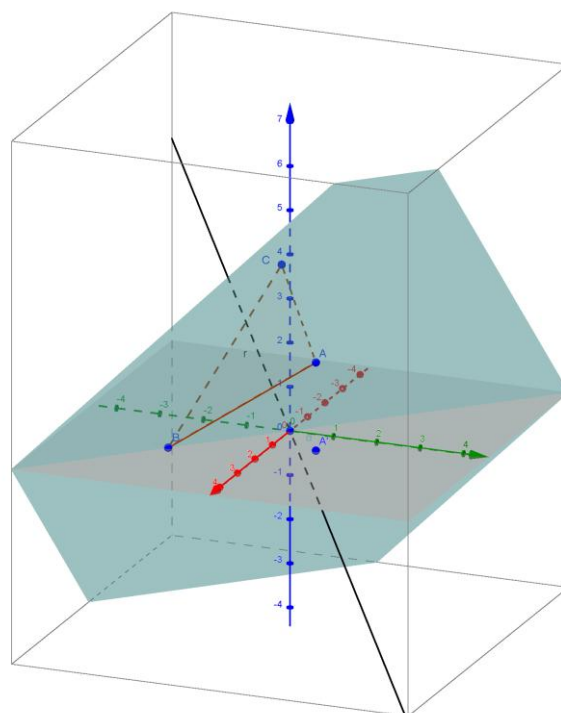


Figura 1- Nella figura sono rappresentati gli assi coordinati asse x (in rosso), asse y (in verde), asse z (in blu), il piano coordinato orizzontale π_{xy} (colore grigio), il triangolo ABC giacente sul piano α , con $A(1;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;-1;3)$ e la retta r per l'origine e perpendicolare al piano α . Il piano α intersecando la scatola-parallelepipedo che delimita la figura determina un esagono irregolare. $A'(1;1;0)$ è la proiezione ortogonale di A sul piano π_{xy} .

⁽¹⁾ La presente sessione di Esami di Stato è la prima che si tiene a conclusione del nuovo corso di ordinamento del Liceo Scientifico. E' di mia conoscenza che in diversi licei nel corso del quinquennio non è stato affrontato lo studio della **geometria analitica dello spazio**. Chissà quanti studenti sul territorio nazionale avranno lavorato sul presente quesito. Se anche per quest'anno fosse stata attivata l'indagine condotta da "Matmedia" come negli anni scorsi avremmo potuto avere in seguito indicazioni statistiche utili sullo sviluppo del tema indicato.