QUESTIONARIO

Quesito 3

Venti palline sono poste in un'urna. Cinque sono rosse, cinque verdi, cinque gialle e cinque bianche. Dall'urna si estraggono a caso, senza reimbussolamento, tre palline. Si valutino le seguenti probabilità:

- Esattamente una pallina è rossa
- Le tre palline sono di colori diversi.

Soluzione

1) Consideriamo l'evento E_1="Delle tre palline estratte solo una è rossa".

5 ROSSE	5 VERDI
5 GIALLE	5 BIANCHE

Notiamo subito che la probabilità dell'evento considerato è la stessa sia che le palline vengano estratte una alla volta senza reimbussolamento, sia che vengano estratte in blocco (tutte e tre insieme). Determiniamo la probabilità in due modi.

Con l'**estrazione senza reimbussolamento** l'evento si può verificare in una delle seguenti modalità:

1.1 la prima pallina estratta è Rossa, la seconda pallina estratta è non Rossa, la terza pallina estratta è non Rossa; questo evento, in virtù del teorema sulla probabilità degli eventi condizionati, ha probabilità $\mathrm{p}_1=\frac{5}{20}\cdot\frac{15}{19}\cdot\frac{14}{18}$;

1.2 la prima pallina estratta è non Rossa, la seconda pallina estratta è Rossa, la terza pallina estratta è non Rossa; questo evento, ha probabilità $\mathrm{p}_2=\frac{15}{20}\cdot\frac{5}{19}\cdot\frac{14}{18}$;

1.3 la prima pallina estratta è non Rossa, la seconda pallina estratta è non Rossa, la terza pallina estratta è Rossa; questo evento, ha probabilità $\mathrm{p}_3=\frac{15}{20}\cdot\frac{14}{19}\cdot\frac{5}{18}$.

La probabilità dell'evento E_1 è

$$p(E_1)=p_1+p_2+p_3=3\cdot\frac{5}{20}\cdot\frac{15}{19}\cdot\frac{14}{18}=\frac{35}{76}\approx 46,05\%$$

Con l'**estrazione in blocco** delle tre palline

La probabilità dell'evento è uguale al rapporto tra il numero di terne di palline N_1 che si possono formare con una pallina rossa e due palline non rosse, pari a $N_1=5\cdot C_{15;2}=5\cdot\frac{15\cdot 14}{2}$ ed il numero N_2 complessivo di terne di palline che si possono formare con le 20 palline, pari a $N_2=C_{20;3}=\frac{20\cdot 19\cdot 18}{3\cdot 2}$, quindi la probabilità vale

$$p(E_1)=\frac{N_1}{N_2}=\frac{5\cdot\frac{15\cdot 14}{2}}{\frac{20\cdot 19\cdot 18}{3\cdot 2}}=\frac{5\cdot 15\cdot 14}{20\cdot 19\cdot 18}\cdot 3=\frac{35}{76}$$

2) Consideriamo l'evento E_2="Le tre palline estratte hanno colori diversi"

Osserviamo che con i quattro colori disponibili si può presentare una delle seguenti combinazioni di colori per le tre palline RVG, RVB, RGB, VGB. Per ciascuna combinazione dei colori indicati si possono ottenere 5·5·5=125 terne diverse di palline e le terne complessive di palline che si possono ottenere sono pari alle combinazioni semplici di 20 palline di classe 3, $C_{20;3}=\frac{20\cdot 19\cdot 18}{3\cdot 2}$; deduciamo che la probabilità che si verifichi l'evento E_2 è

$$p(E_2)=\frac{4\cdot 5\cdot 5\cdot 5}{\frac{20\cdot 19\cdot 18}{3\cdot 2}}=\frac{4\cdot 5\cdot 5\cdot 5}{20\cdot 19\cdot 3}=\frac{25}{57}\approx 43{,}86\%$$