Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

Sviluppo dei quesiti n. 5, 6, 7 del QUESTIONARIO

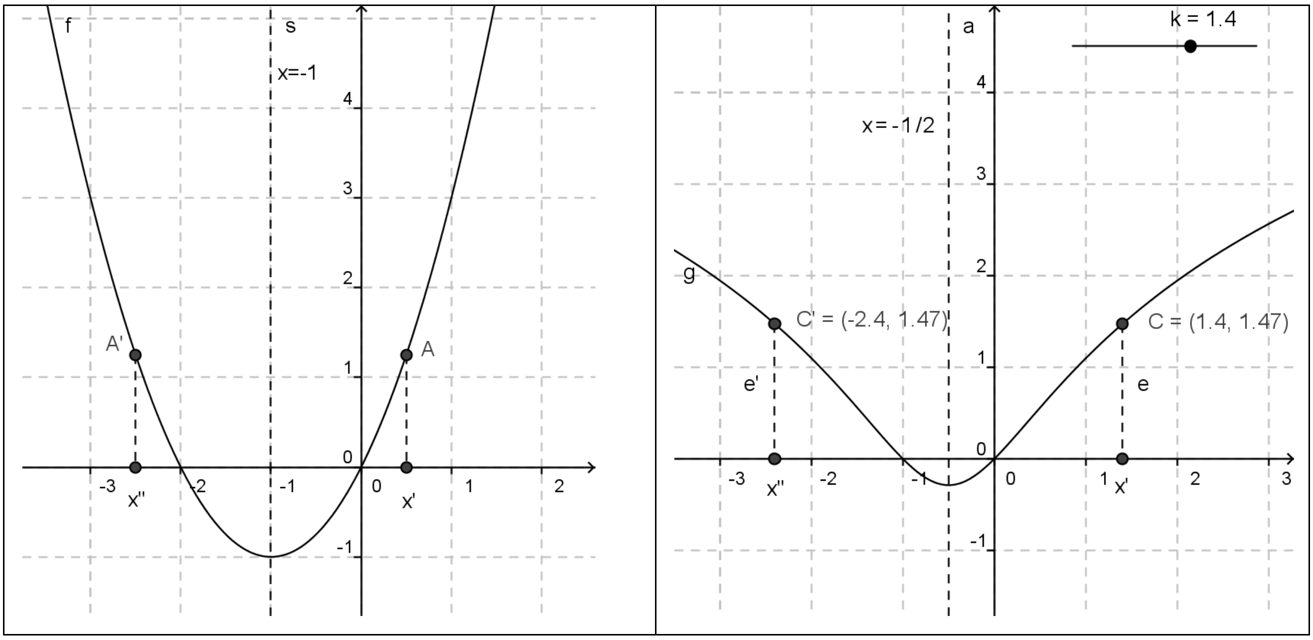
5. Sia *G* il grafico di una funzione $x \to f(x)$ con $x \in R$. Si illustri in che modo è possibile stabilire se G è simmetrico rispetto alla retta $x = k$.
6. Si trovi l'equazione cartesiana del luogo geometrico descritto dal punto P di coordinate (3*cost*, 2*sent*) al variare di t, $0 \le t \le 2\pi$
7. Per la ricorrenza della festa della mamma, la sig.ra Luisa organizza una cena a casa sua, con le sue amiche che hanno almeno una figlia femmina. La sig.ra Anna è una delle invitate e perciò ha almeno una figlia femmina. Durante la cena, la sig.ra Anna dichiara di avere esattamente due figli. Si chiede: qual è la probabilità che anche l'altro figlio della sig.ra Anna sia femmina? Si argomenti la risposta.

Soluzione

Quesito n.5

Il grafico G della funzione $y=f(x)$ è simmetrico rispetto alla retta di equazione s:$x=k$ se comunque presi due punti del dominio x', x'' che siano simmetrici rispetto al punto k, si verifica l'uguaglianza $f(x')= f(x'')$. Pertanto, poiché risulta $(x'+ x'')/2=k$, quindi $x''=2k- x'$, operativamente si verifica se sussiste la simmetria calcolando $f(2k- x')$ e confrontando il valore ottenuto con $f(x')$. Praticamente, semplificando il formalismo, si verifica se $f(2k- x)= f(x)$ per ogni x del dominio della funzione. Di seguito sono riportati i grafici di due particolari funzioni. Il primo è quello della funzione polinomiale $f(x)=x^2+2x$. La curva rappresentata è una parabola ed è simmetrica rispetto alla retta s:x=-1. Il secondo è quello della funzione logaritmica $g(x)=\log\left(x^2+x+1\right)$, definita su tutto R ed il cui diagramma è simmetrico rispetto alla retta $a: x=-\frac{1}{2}$.

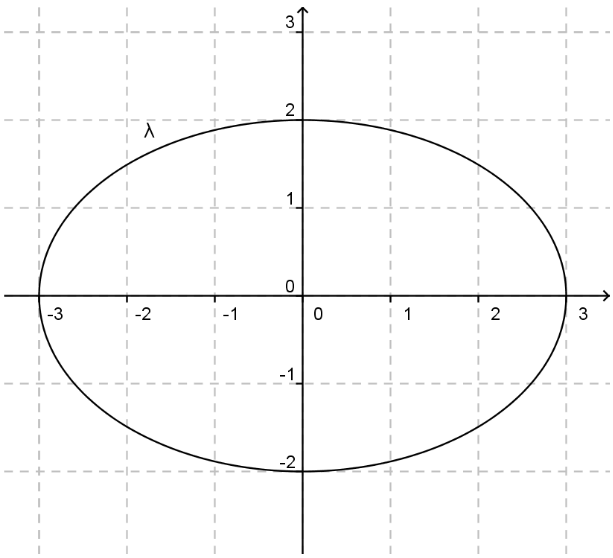
$f(x)=x^2+2x$; $s: x=-1$ è l'asse di simmetria del grafico della funzione.	$g(x)=\log\left(x^2+x+1\right)$; $a: x=-\frac{1}{2}$ è l'asse di simmetria del grafico della funzione.



* * * * * * *

Quesito n.6

Il luogo geometrico descritto dal punto P di coordinate (3*cost*, 2*sent*) al variare di t, con $0 \le t \le 2\pi$, è un'ellisse di semiassi *a*=3, *b*=2. Per ricavare l'equazione cartesiana della curva basta porre *x*=3*cost*, *y*=2*sent* a sistema ed eliminare la presenza del paramero *t*. Di seguito sono indicati i passaggi algebrici.



$$\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 2 sent \end{cases} \to \begin{cases} \cos t = \dfrac{x}{3} \\ sent = \dfrac{y}{2} \end{cases}$$

Dalla relazione fondamentale della goniometria $\cos^2 t + sen^2 t = 1$ si deduce l'equazione dell'ellisse

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 1 \to \lambda : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

* * * * * * *

Quesito 7

Osserviamo che la sig.ra Anna ha due figli e nelle due nascite si può essere verificato uno dei seguenti quattro casi:

a) primo figlio femmina e secondo figlio femmina (FF)

b) primo figlio femmina e secondo figlio maschio (FM)
c) primo figlio maschio e secondo figlio femmina (MF)
d) primo figlio maschio e secondo figlio maschio (MM)

Ciascuno dei quattro casi ha probabilità 1/4 di essersi verificato.

Noi sappiamo che il caso d) non si è verificato certamente perché la sig.Anna ha almeno una figlia femmina, dunque i casi che si possono essere verificati sono solo i primi tre. Poiché solo uno dei tre casi possibili prevede che entrambi i figli siano femmine si deduce che la probabilità dell'evento considerato è 1/3.

Proposta di lavoro[1]

Il lettore valuti qual è la probabilità che la sig.ra Anna abbia come secondo figlio una femmina se Luisa avesse deciso di invitare alla festa: << le amiche che hanno avuto come primogenito una figlia femmina>> [p= ½]

[1] Nei casi considerati si suppone che la probabilità di ogni nascituro di essere di uno dei due sessi sia del 50%.