M557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO (**quesiti 1- 2**)

1. Sia p(x) un polinomio di grado n. Si dimostri che la sua derivata n-sima è $p^{(n)}(x)=n!\cdot a_n$, dove a_n è il coefficiente di x^n.

Soluzione

Con $p(x)=a_n x^n+a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+.....+a_2x^2+a_1x+a_0$

Applicando la regola di derivazione sulla somma di due o più funzioni e quella della potenza si riconosce che:

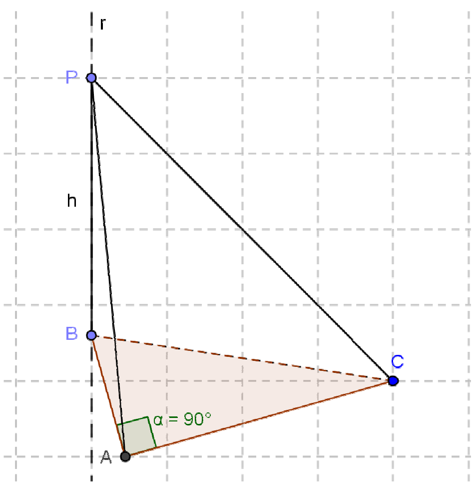
- la funzione derivata prima è
  $p'(x)=n\cdot a_n x^{n-1}+(n-1)a_{n-1}x^{n-2}+(n-2)a_{n-2}x^{n-3}+.....+2a_2x+a_1$
  e quindi non figura il termine a_0;
- procedendo con le derivate successive, nella funzione derivata seconda non figureranno i termini contenenti a_0 e a_1;
  $p''(x)=n\cdot(n-1)a_n x^{n-2}+(n-1)(n-2)a_{n-1}x^{n-3}+.....+2a_2$;
- nella funzione derivata terza non figureranno i termini contenenti a_0, a_1 e a_2;
- …nella funzione derivata n-sima non figureranno i termini contenenti a_0, a_1, a_2, …, a_{n-1} e figurerà un solo termine residuo, che non conterrà neanche la variabile x, e sarà $p^{(n)}(x)=n!\cdot a_n$.

* * * * *

2. Siano ABC un triangolo rettangolo in A, r la retta perpendicolare in B al piano del triangolo e P un punto di r distinto da B. Si dimostri che i triangoli PAB, PBC, PCA sono triangoli rettangoli.

Soluzione

Nella figura riportata a lato si consideri la piramide avente per base il triangolo ABC, rettangolo in A ed altezza BP. Per dimostrare che sono rettangoli i triangoli PAB, PBC basta ricordare che la retta r contenente l'altezza PB è perpendicolare al piano del triangolo ABC e quindi è perpendicolare ad ogni retta dello stesso piano passante per il piede B; dunque sono retti gli angoli $P\widehat{B}A$, $P\widehat{B}C$ e quindi i suddetti triangoli sono rettangoli in B.



Per quanto riguarda il triangolo PAC si dimostra che è rettangolo nel vertice A in virtù del **teorema delle tre perpendicolari**. Richiamiamo il suddetto teorema adattato alla figura in esame. Dall'ipotesi che la retta r è perpendicolare al piano del triangolo ABC in B, considerata la retta del lato AC (prima perpendicolare), essendo la retta del lato BA (seconda perpendicolare) perpendicolare ad AC, comunque si prende su r un punto P, la retta PA (terza perpendicolare) è perpendicolare alla retta AC.

* * * * *