

Quesito_8 (probabilità)

8. Un tiratore spara ripetutamente ad un bersaglio; la probabilità di colpirlo è 0,3 per ciascun tiro. Quanti tiri deve fare per avere probabilità $\geq 0,99$ di colpirlo almeno una volta?

Soluzione

Consideriamo l'evento

E =" Il tiratore colpisce il bersaglio"

Sappiamo che la probabilità che si verifichi ad ogni tiro è $P(E) = 0,3$ e dunque la probabilità che si verifichi l'evento contrario

\bar{E} ="Il tiratore non colpisce il bersaglio"

è $P(\bar{E}) = 1 - 0,3 = 0,7$.

Supponiamo ora che il tiratore effettui n tiri e consideriamo l'evento

E_n ="Il tiratore colpisce il bersaglio almeno una volta"

di cui siano interessati a trovare la probabilità che si verifichi.

L'evento contrario di E_n è

\bar{E}_n ="Il tiratore negli n tiri non colpisce mai il bersaglio"

L'evento \bar{E}_n si verifica se in ciascuno degli n tiri il tiratore non fa centro, quindi se in ciascun tiro si verifica l'evento \bar{E} . Poiché il risultato di ogni tiro è indipendente da quello dei tiri precedenti, la probabilità dell'evento di \bar{E}_n è

$$P(\bar{E}_n) = \underbrace{P(\bar{E}) \cdot P(\bar{E}) \cdots P(\bar{E})}_{n\text{-volte}} = [P(\bar{E})]^n = \left(\frac{7}{10}\right)^n$$

e conseguentemente la probabilità dell'evento E_n è

$$P(E_n) = 1 - P(\bar{E}_n) = 1 - \left(\frac{7}{10}\right)^n$$

Per rispondere al quesito posto basta risolvere la disequazione

$$1 - \left(\frac{7}{10}\right)^n \geq 0,99 \Leftrightarrow \left(\frac{7}{10}\right)^n \leq 0,01 \Leftrightarrow n \geq \log_{\frac{7}{10}} \left(\frac{1}{100}\right) \Leftrightarrow n \geq -\log_{\frac{7}{10}} 100 \Leftrightarrow n \geq -\frac{\log_{10} 100}{\log_{10} 0,7} \Leftrightarrow$$

$$n \geq -\frac{2}{-0,1549} \Leftrightarrow n \geq 12,91$$

Conclusione- Il tiratore dovrà effettuare almeno tredici tiri per avere la probabilità indicata di fare centro almeno una volta.

Osservazione

La conclusione cui si è giunti non sta ad indicare che se il tiratore effettuerà 13 tiri farà sicuramente centro almeno una volta, potrebbe anche non fare alcun centro; infatti, vi è la probabilità di circa 0,01 di non fare alcun centro con i 13 tiri.