

Esame di Stato 2003 La prova di matematica del PNI

Luigi Lecci
Liceo Scientifico "G. Stampacchia"
Tricase (Le)

Convegno di Seiano di Vico Equense 5-Nov-2003

Sezioni della presentazione

La Struttura delle prove

La specificità della Prova del 2003

• Problema 1

• Problema 2

Analisi Numerica

• Questionario

Q.1 Geometria dello spazio

Q.6 Geom. Analitica (fascio proprio di rette)

Q.7 Informatica e Integrazione numerica

Q.10 Analisi Numerica (ricerca radice equazione)

• Confronto con le prove degli anni precedenti

5/11/2003

Luigi Lecci

3

Esame di Stato 2003

Risoluzione e commenti alla
PROVA DI MATEMATICA
dei Corsi Sperimentali PNI
del Liceo Scientifico
Sessione Ordinaria giugno 2003

La Struttura delle prove

Struttura delle prove

- La struttura del tema d'esame per il Liceo Scientifico nel corso della sua storia ha subito un'evoluzione considerevole. Fino alla sessione del 1970 la prova consisteva nella risoluzione dell'unico problema assegnato.
- Dal 1971 il Ministero ha proposto 3 o più problemi dei quali il candidato doveva risolverne due per ottenere il massimo dei voti. La struttura è stata conservata fino all'anno 2000.

5/11/2003

Luigi Lecci

5

La specificità della Prova di matematica del 2003 del PNI

Anno 2001: cambiamento della struttura

- Con la prova del 2001 è stata introdotta la nuova struttura, ancora in vigore. Il testo della prova dell'esame di Stato di Liceo Scientifico è composto da due problemi e da un questionario che raggruppa 10 quesiti.
- La richiesta è: **il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.**

5/11/2003

Luigi Lecci

6

La prova del 2003 per il PNI

- I due problemi ed i quesiti che sono stati assegnati nel giugno 2003 sono riusciti a coprire vasta parte del programma di matematica previsto nel curriculum.
- C'è stata la presenza della **geometria piana razionale** nel primo problema. L'obiettivo richiesto era quello di determinare un noto luogo geometrico (la **versiera di M.G. Agnesi**) descritto da un punto vincolato nel suo moto da condizioni ben precise.

5/11/2003

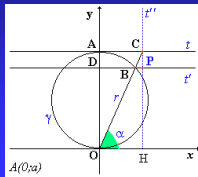
Luigi Lecci

8

Problema_1: Il testo

D.1

- Nel piano sono dati: il cerchio γ di diametro $OA = a$, la retta t tangente a γ in A , una retta r passante per O , il punto B , ulteriore intersezione di r con γ , il punto C intersezione di r con t .
- La parallela per B a t e la perpendicolare per C a t s'intersecano in P . Al variare di r , P descrive il luogo geometrico Γ noto con il nome di *versiera di Agnesi*



5/11/2003

Luigi Lecci

9

Problema_1: Il testo

D.3

- 3. Si tracci il grafico di Γ e si provi che l'area compresa tra Γ ed il suo asintoto è quattro volte quella del cerchio γ .

5/11/2003

Luigi Lecci

11

Problema_1: Il testo

D.2

- 1. Si provi che valgono le seguenti proporzioni:
 $OD : DB = OA : DP$
 $OC : DP = DP : BC$
 ove D è la proiezione ortogonale di B su OA ;
- 2. Si verifichi che, con un'opportuna scelta del sistema di coordinate cartesiane ortogonali e monometriche Oxy , l'equazione cartesiana di Γ è:

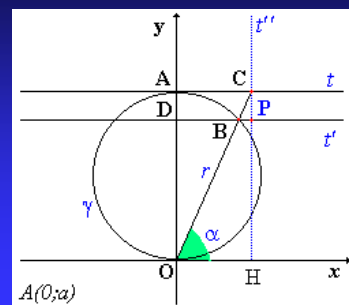
$$y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$$

5/11/2003

Luigi Lecci

10

Problema_1: La figura per la risoluzione



Vedi
File.doc

5/11/2003

Luigi Lecci

12

La presenza della geometria nella prova

- La prima parte del Problema_1 si risolve applicando solo nozioni di geometria del biennio (similitudine, teorema della secante e della tangente condotte da un punto ad una circonferenza).
- Sono richieste conoscenze di geometria dello spazio, affiancate a conoscenze dell'analisi matematica, per risolvere il Quesito n.3 (Trovare un cono circolare retto di capacità massima).

5/11/2003

Luigi Lecci

13

La presenza dell'analisi matematica nel Problema_1

- Le competenze di analisi matematica richieste nel Problema_1 sono state di vario genere anche se di difficoltà media:
 - studio completo di una funzione razionale fratta;
 - calcolo di un integrale definito improprio, per il quale si è rivelata necessaria la conoscenza della funzione circolare $f(x)=\arctg x$;

5/11/2003

Luigi Lecci

15

La presenza della goniometria

- Ancora nel Problema_1 si richiedono conoscenze e competenze goniometriche per determinare l'equazione cartesiana del luogo geometrico ed una certa capacità dello studente a gestire la scelta del riferimento cartesiano ortogonale al quale riferire il luogo geometrico.

5/11/2003

Luigi Lecci

14

Problema_2: Il testo

D.1

- Sia $f(x)=a2^x+b2^{-x}+c$ con a, b, c numeri reali. Si determinino a, b, c in modo che:
 - 1. la funzione sia pari;
 - 2. $f(0)=2$
 - 3.
$$\int_0^1 f(x)dx = \frac{3}{2\log 2}$$

5/11/2003

Luigi Lecci

16

Problema_2: Il testo D.2

- Si studi la funzione g ottenuta sostituendo i valori così determinati e se ne disegni il grafico G .
- Si consideri la retta r di equazione $y=4$ e si determinino, approssimativamente, le ascisse dei punti in cui essa interseca G mettendo in atto un procedimento iterativo a scelta.
- Si calcoli l'area della regione finita di piano racchiusa tra r e G .

5/11/2003

Luigi Lecci

17

Commenti: La presenza dell'analisi matematica nel **Problema_2**

- Il problema n.2 è parso più articolato. Ritengo che l'impegno richiesto per la sua risoluzione sia stato maggiore rispetto a quello richiesto dal primo. Anche se devo dire subito che tutti gli alunni della mia classe hanno preferito affrontare il secondo, piuttosto che il primo.
- Per la risoluzione del problema si devono possedere conoscenze e competenze adeguate sulla funzione esponenziale, sia a livello algebrico, sia a livello differenziale.

■ [Vai al Problema_2](#)

5/11/2003

Luigi Lecci

19

Problema_2: Il testo D.3

- Si calcoli l'integrale
- Si determini la funzione g' il cui grafico è simmetrico di G rispetto alla retta r .

$$\int \frac{1}{g(x)} dx$$

[Soluzione del problema](#)

5/11/2003

Luigi Lecci

18

Commenti: L'analisi matematica nel **Problema_2**.

- Per risolvere il problema si richiedono anche conoscenze e abilità nel campo dell'**analisi numerica**.
- Come ormai da qualche anno capita, in uno dei due problemi si inseriscono quesiti di analisi numerica : per far **determinare lo zero di una funzione** (la soluzione di un'equazione) con delle approssimazioni successive; per **calcolare** un valore approssimato di **un integrale definito**, il cui valore esatto a volte non è esprimibile elementarmente.

5/11/2003

Luigi Lecci

20

Il metodo delle tangenti e delle secanti ed il metodo dicotomico

- In questo caso si è trattato di determinare lo zero della funzione, $g(x)=4-2^x-2^{-x}$ mettendo in atto un procedimento iterativo a scelta del candidato.

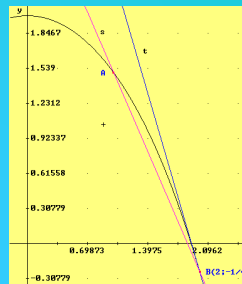
Alcuni candidati hanno scelto il metodo delle tangenti e delle secanti di Newton-Fourier, altri il metodo dicotomico.

5/11/2003

Luigi Lecci

21

P2: Applicazione del metodo delle secanti



Tab.2- Valori per difetto di α ottenuti con le secanti

x_n	x_{n+1}	Cifre dec. stabili
1	1,8571428571429	1
1,857142857	1,8982739428485	2
1,898273943	1,8999020960928	4
1,899902096	1,8999660158648	5
1,899966016	1,8999685244788	6
1,899968524	1,8999686229313	7
1,899968623	1,8999686267952	8
1,899968627	1,8999686269468	9

Se si adotta il metodo delle secanti, per le caratteristiche della funzione, come punto iniziale si sceglie il primo estremo dell'intervallo $x_0=1$.

P2: Analisi numerica

$$d(x)=4-2^x-2^{-x}$$

$$y-d(x_n)=d'(x_n) \cdot (x-x_n)$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{d(x_n)}{d'(x_n)}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{4 - 2^{x_n} - 2^{-x_n}}{(2^{-x_n} - 2^{x_n}) \cdot \log 2}$$

Tab.1- Valori per eccesso di α ottenuti con le tangenti

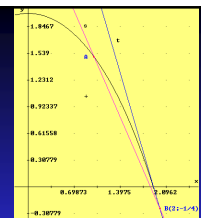
x_n	x_{n+1}	Cifre dec. stabili
2	1,9038203306074	
1,903820331	1,8999745548672	4
1,899974555	1,8999686269671	9
1,899968627	1,8999686269530	10
1,899968627	1,8999686269530	10
1,899968627	1,8999686269530	10

5/11/2003

Luigi Lecci

22

P2: Confronto dei risultati ottenuti con i due metodi (tangenti, secanti)



Tab.1- Valori per eccesso di α ottenuti con le tangenti

x_n	x_{n+1}	Cifre dec. stabili
2	1,9038203306074	
1,903820331	1,8999745548672	4
1,899974555	1,8999686269671	9
1,899968627	1,8999686269530	10
1,899968627	1,8999686269530	10
1,899968627	1,8999686269530	10

Tab.2- Valori per difetto di α ottenuti con le secanti

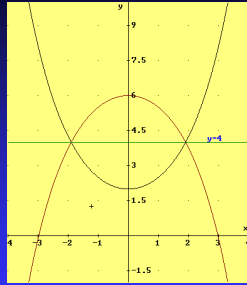
x_n	x_{n+1}	Cifre dec. stabili
1	1,8571428571429	1
1,857142857	1,8982739428485	2
1,898273943	1,8999020960928	4
1,899902096	1,8999660158648	5
1,899966016	1,8999685244788	6
1,899968524	1,8999686229313	7
1,899968623	1,8999686267952	8
1,899968627	1,8999686269468	9

Le due curve nello stesso riferimento

Per ottenere l'equazione della curva trasformata nello stesso riferimento cartesiano in cui è rappresentata la curva $y=g(x)$ si devono utilizzare le equazioni della simmetria assiale nell'equazione della curva da trasformare ed eliminare gli apici.

$$y=2^x+2^{-x} \Rightarrow 8- y'=2^{x'}+2^{-x'} \Rightarrow \\ y=8-2^{x'}-2^{-x'}$$

In relazione ai simboli utilizzati nel testo del problema si ha pertanto: $g'(x)=8-2^x-2^{-x}$



Equazioni della simmetria

$$x' = x, \quad y' = 8 - y$$

5/11/2003

Luigi Lecci

25

Uno sguardo ai dieci quesiti

[Vai alla soluzione dei quesiti](#)

I quesiti non sono della stessa difficoltà

Selezione Quesiti [Q1](#), [Q2](#), [Q3](#), [Q4](#), [Q5](#), [Q6](#), [Q7](#), [Q8](#), [Q9](#), [Q10](#)

Calcolo di un integrale definito e simmetria assiale

[Torna alle sezioni della Presentazione](#)

- Anche nel [problema_2](#) non è mancata la classica richiesta del [calcolo dell'area di una regione finita di piano](#). Il candidato in questo caso ha avuto la possibilità di dimostrare di essersi accorto della presenza di una [simmetria](#) (rispetto all'asse y) del diagramma della funzione. Per altro, il testo del problema come ultimo quesito richiede di determinare il simmetrico [rispetto ad una retta parallela all'asse delle ascisse](#) del diagramma della funzione $g(x)=2^x+2^{-x}$, nonché l'espressione analitica della funzione corrispondente. [Vedi File](#)

5/11/2003

Luigi Lecci

26

La banalità del Primo quesito (calcolo combinatorio)

- **Q.1- Quante partite di calcio della serie A vengono disputate complessivamente (andata e ritorno) nel campionato italiano a 18 squadre?**
- Sicuramente l'estensore del quesito aveva intenzione di testare le conoscenze del candidato sul calcolo combinatorio; aver scelto, però, proprio 18 squadre, è stato facile per tutti fornire la risposta, se non altro per il gran parlare che se ne fa tutto l'anno.

5/11/2003

Luigi Lecci

28

Nel Primo quesito: era richiesto calcolo combinatorio?

- Inoltre, visto che non era espressamente richiesto di giustificare la risposta, il candidato non si è sentito obbligato a fornire alcuna giustificazione e quindi a non dover parlare di combinazioni semplici...

[Elenco quesiti](#)

5/11/2003

Luigi Lecci

29

Quesito n.2: un dato di troppo D.2

- Il quesito è abbastanza semplice e la sua risoluzione è pressoché immediata.
- Considerati i tre eventi:
 E_A = «è estratta una lampada difettosa dalla scatola A»
 E_B = «è estratta una lampada difettosa dalla scatola B»
 E_C = «è estratta una lampada difettosa dalla scatola C»

5/11/2003

Luigi Lecci

31

Quesito n.2: un dato di troppo D.1

- **Q.2-** Tre scatole A, B e C contengono lampade prodotte da una certa fabbrica di cui alcune difettose. A contiene **2000 lampade** con il 5% di esse difettose, B ne contiene **500** con il 20% difettose e C ne contiene **1000** con il 10% difettose.

Si sceglie una scatola a caso e si estrae a caso una lampada. Qual è la probabilità che essa sia difettosa?

5/11/2003

Luigi Lecci

30

[Elenco quesiti](#)

Soluzione del Secondo quesito

- l'evento E richiesto è l'unione logica dei tre eventi suddetti che sono incompatibili.
- Per il **teorema della probabilità totale** la probabilità dell'evento è
 $P(E) = P(E_A) + P(E_B) + P(E_C)$

$$P(E_A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{100} = \frac{1}{60}$$

$$P(E_B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{20}{100} = \frac{1}{15}$$

$$P(E_C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{100} = \frac{1}{30}$$

$$P(E) = \frac{1}{60} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} = \frac{7}{60}$$

5/11/2003

Luigi Lecci

32

Quesito 3: qualche difficoltà nascosta

- Q.3- Qual è la capacità massima, espressa in centilitri, di un cono di apotema 2 dm?
- Il quesito non è semplicissimo ed è necessario possedere alcune conoscenze di geometria solida, fissare un parametro (per esempio l'altezza del cono), determinare la funzione volume e trovare il suo massimo.
- Qualche difficoltà concettuale può risiedere nell'intervallo di variabilità dei valori dell'altezza

5/11/2003

Luigi Lecci

33

Quesito n.4- Un po' di fantasia

- Q.4- Dare un esempio di polinomio $P(x)$ il cui grafico tagli la retta $y=2$ quattro volte.
- Il polinomio deve avere almeno grado quattro; ciò si può giustificare in questo modo: se $y=P(x)$ è la funzione determinata dal polinomio, la curva corrispondente deve essere tagliata quattro volte dalla retta di equazione $y=2$ e quindi mettendo a sistema le equazioni delle due curve, l'equazione risolvente $P(x)=2$ che si ottiene deve ammettere quattro radici reali. Una tale equazione deve avere almeno grado quattro.

5/11/2003

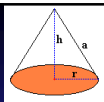
Luigi Lecci

35

Elenco quesiti

Soluzione del Quesito n.3

- Indichiamo con r , a , h rispettivamente le misure del raggio, dell'apotema e dell'altezza del cono. Poiché $r^2 = a^2 - h^2$, possiamo anche scrivere il volume del solido in funzione dell'altezza.



$$V = \frac{1}{3}\pi(a^2 - h^2)h$$

$$V'(h) = \frac{\pi}{3}(a^2 - 3h^2)$$

$$h = a / \sqrt{3}$$

$$V_{Max} = \frac{16\pi\sqrt{3}}{27} dm^3$$

$$V_{Max} = \frac{16\pi\sqrt{3}}{27} dm^3 = \frac{1600\pi\sqrt{3}}{27} cl \approx 322,2cl$$

5/11/2003

Luigi Lecci

34

Soluzione del quesito n.4 D.1

- Si potrebbe partire con il polinomio $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ e determinare le costanti a, b, c, d .
- Possiamo addirittura semplificare la forma pensando di scegliere un polinomio il cui diagramma sia simmetrico rispetto all'asse delle ordinate, la cui equazione verifica quindi la **condizione di parità** $P(-x) = P(x) \Rightarrow c = -a$. Dunque scegliamo la forma algebrica $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - ax + d$

5/11/2003

Luigi Lecci

36

Soluzione del quesito n.4 D.2

- Imponendo le condizioni richieste si ricava la forma del polinomio.

$$P(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

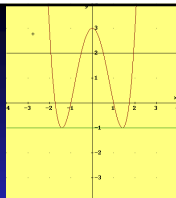
Risolvendo l'equazione $P(x) = 2$ si trovano le quattro radici

$$x_1 = -\sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$x_2 = -\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$x_3 = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$x_4 = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$



Quesito n.5: per verificare le competenze sul teorema di Rolle D.1

- Q.5 – Dimostrare, usando il teorema di Rolle [Michel Rolle (1652-1719), matematico francese], che se l'equazione

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0 = 0 \quad (5.1)$$

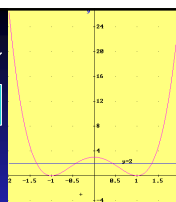
ammette radici reali, allora fra due di esse giace almeno una radice dell'equazione

$$nx^{n-1} + (n-1)a_{n-1}x^{n-2} + \dots + a_1 = 0 \quad (5.2)$$

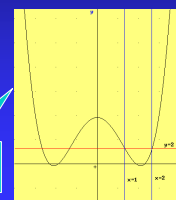
Soluzione del quesito n.4 D.3

- Forniamo qui altri due polinomi e le relative curve rappresentative nel piano cartesiano che sono tagliate dalla retta $y=2$ in quattro punti distinti. Si noti che la prima curva è tangente all'asse delle ascisse.

$$y = 3(x^2 - 1)^2$$



$$y = x^4 - 5x^2 + 6$$



Quesito n.5-Soluzione D.2

- Ricordiamo che la funzione polinomio è definita sull'asse reale, è continua ed ammette derivata di qualsiasi ordine[1]. Ponendo

$$f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0 \quad (5.1)$$

osserviamo che la derivata prima di questa funzione è proprio il primo membro della dell'equazione (5.2).

Quesito n.5-Soluzione D.3

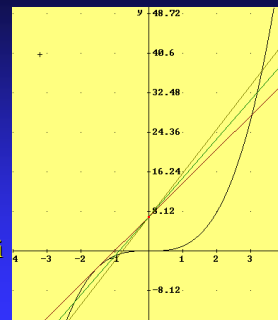
- Ebbene, se x_1, x_2 sono due radici della funzione $f(x)$, questa nell'intervallo $[x_1, x_2]$ verifica le ipotesi del teorema di Rolle (cioè la funzione è continua in tutto l'intervallo, derivabile almeno al suo interno e si annulla agli estremi), quindi esiste almeno un punto x_0 interno all'intervallo in cui si annulla la derivata prima, $f'(x_0)=0$. Pertanto risulta

$$f'(x_0) = n x_0^{n-1} + (n-1)a_{n-1} x_0^{n-2} + \dots + a_1 = 0$$

C.V.D.

Quesito n.6-Soluzione D.2

- La prima equazione rappresenta una cubica, il cui diagramma ha un flesso a tangente orizzontale per $x=0$; la seconda, al variare del **parametro b**, rappresenta il **fascio di rette proprio** avente centro nel punto $(0;7)$.



Quesito n.6-Soluzione D.1

- Q.6 – Si vuole che l'equazione $x^3+bx-7=0$ abbia tre radici reali. Qual è un possibile valore di b ?
- Risolviamo il quesito aiutandoci con la grafica.
- Scriviamo l'equazione nella forma $x^3=-bx+7$ e mettiamo a sistema le due equazioni
 $y = x^3, y = -bx+7$

Quesito n.6-Soluzione D.3

- Per risolvere il quesito si tratta di stabilire per quali valori del parametro le due curve hanno tre punti distinti in comune. Osserviamo che quale che sia il valore del parametro **le due curve hanno almeno un punto in comune nel primo quadrante**. Esiste però un ben preciso valore **b_1** del parametro per il quale **la retta è tangente alla cubica in un punto del terzo quadrante**.

Quesito n.6- Condizioni da imporre D.4

- Facciamo notare che per tale valore del parametro l'equazione in esame ammette tre radici reali, due di esse coincidono con l'ascissa x_0 ; quindi potrebbe essere il valore da fornire come risposta al quesito.
- Per determinare b_1 imponiamo le due condizioni:
 - che la retta e la cubica abbiano per $x=x_0$ la stessa ordinata;
 - che le derivate prime delle funzioni corrispondenti nello stesso punto abbiano uguale valore.

5/11/2003

Luigi Lecci

[Elenco quesiti](#)

45

Quesito n.7- Soluzione

- La soluzione dell'integrale è immediata.
- Per determinare un'approssimazione del numero **pi-greco** si può utilizzare il metodo dei rettangoli per l'integrazione numerica

$$4 \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = [4 \arctan x + C]_0^1 = 4(\arctan 1 - \arctan 0) = 4\left(\frac{\pi}{4} - 0\right) = \pi$$

5/11/2003

Luigi Lecci

47

Quesito n.7- Il testo

- Verificare che sussiste l'uguaglianza
- ed utilizzarla per calcolare un'approssimazione di π , applicando un metodo di integrazione numerica.

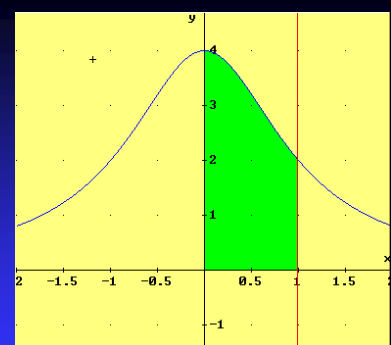
$$\pi = 4 \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

5/11/2003

Luigi Lecci

46

Quesito n.7- Integrazione numerica



$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^N f(\xi_i) \cdot (x_i - x_{i-1})$$

5/11/2003

Quesito n.7- Informatica e Analisi

- Metteremo ora in atto un processo iterativo, codificato nel linguaggio Turbo Pascal (T.P.), dove supporremo di suddividere l'intervallo d'integrazione in $N (\geq 1)$ parti uguali, con N definito dall'utente. Nel ciclo delle operazioni si aumenta il numero di suddivisioni ad ogni passaggio di un'unità, e si ripete la serie delle operazioni finché la differenza tra due approssimazioni successive non è inferiore a 10^{-K} , con K intero naturale inserito dall'utente.

5/11/2003

Luigi Lecci

49

Q.7- Note sul programma in T.P.

■ Osservazioni

- 1) Nel programma, ai fini del calcolo dell'area del plurirettangolo, si è previsto di calcolare l'area di ciascun rettangolo moltiplicando il valore della base per il valore della funzione assunto nell'estremo destro dell'intervallo.
- Lanciando il programma, l'utente deve indicare gli estremi dell'intervallo $[a;b]$ di integrazione. Per rispondere al quesito porrà : $a=0$, $b=1$.

5/11/2003

Luigi Lecci

51

Quesito n.7- Struttura del programma in T.P.

- Il programma è strutturato con procedure, si utilizza un *array* per memorizzare le ascisse dei punti $x_0; x_1; x_2; \dots; x_{n-1}; x_n$ ed una *function* per implementare la funzione $f(x)=4/(1+x^2)$.

5/11/2003

Luigi Lecci

50

Q.7- Ottenere approssimazioni sempre migliori si può, ma...

- Riportiamo nella tabella seguente i risultati di alcune elaborazioni per mettere in risalto come con l'affinamento della precisione nel calcolo faccia aumentare considerevolmente il numero di sottointervalli in cui si deve suddividere l'intervallo $[0;1]$.

5/11/2003

Luigi Lecci

52

Q,7- Risultati di alcune elaborazioni

Errore inferiore a	N suddivisioni	Valore dell'integrale	Valore con N-1 suddivisioni
10^{-3}	33	3,111137	3,110180
10^{-4}	101	3,131675	3,131576
10^{-5}	317	3,1384364	3,1384264
10^{-6}	1001	3,1405935	3,1405925

Quesito n.8: L'integrale definito ...ed un particolare solido

$$f(x) = x^{\frac{3}{2}}$$

- La presenza dell'integrale definito nel testo del quesito spinge il lettore a ritenere che l'estensore del quesito abbia voluto pensare al solido ottenuto facendo ruotare di un angolo giro intorno all'asse delle ascisse la superficie del trapezoide individuato nell'intervallo $[0;1]$ dalla curva relativa alla funzione $f(x)=x^{3/2}$. Questa è stata in effetti la scelta operata da tutti i miei studenti che hanno affrontato il quesito. In realtà si sarebbe potuto scegliere un qualsiasi modello di solido che abbia volume pari a quello dell'integrale definito proposto.

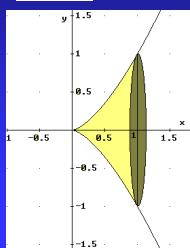
Quesito n.8- Il testo

- Q.8 – Dare un esempio di solido il cui volume è dato da**

L'esercizio si risolve agevolmente calcolando l'integrale assegnato e, una volta ricordato come si determina il volume di un solido di rotazione, raccordandosi alla funzione integranda. Vedi nota nella diapositiva successiva.

$$\int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$$

$$\int_0^1 \pi x^3 dx$$



Quesito n.9- Testo e soluzione

- Q.9- Di una funzione $f(x)$ si sa che ha derivata seconda uguale a $\text{sen}x$ e che $f'(0)=1$. Quanto vale
- Il quesito è di semplice soluzione.

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(0)$$

$$\int f'(x) dx = \int (-\cos x + 2) dx = -\text{sen}x + 2x + C_2$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(0) = \left[-\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2 \cdot \frac{\pi}{2} + C_2 \right] - C_2 = \pi - 1$$

Quesito n.10-II testo

- Q.10- Verificare che l'equazione $x^3-3x+1=0$ ammette tre radici reali. Di una di esse, quella compresa tra 0 e 1, se ne calcoli un'approssimazione applicando uno dei metodi numerici studiati.

5/11/2003

Luigi Lecci

57

Quesito .10

- **Calcolo dello zero $x = \alpha$**
- Osserviamo che nell'intervallo $]0;1[$ la derivata seconda della funzione è strettamente positiva. Per determinare il valore della radice si può utilizzare il metodo delle tangenti di Newton-Fourier, con punto iniziale $x_0=0$
- La successione di punti strettamente crescente, che converge al valore α

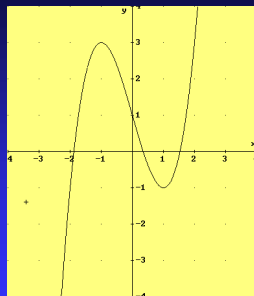
5/11/2003

Luigi Lecci

59

Q.10- Soluzione

- Di questo quesito riportiamo il diagramma della funzione e nella diapositiva successiva le elaborazioni numeriche ottenute con il metodo delle tangenti di Newton-Fourier per la determinazione dello zero richiesto.



5/11/2003

Luigi Lecci

58

Elenco quesiti

Quesito n.10

- Gli elementi essenziali per i calcoli

$$y-f(x_n)=f'(x_n)\cdot(x-x_n)$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^3 - 3x_n + 1}{3x_n^2 - 3}$$

5/11/2003

Luigi Lecci

60

Come ho parametrizzato la prova

Problema_2							
Costa. a,b,c	Graf.	Retta \cap r	Area	Int.	Graf.	Punti	
	g(x)	S.Alg.	Inform.		1/g(x)	g'(x)	
1,5	2	1	3	1	1	0,5	10

QUESITI									
Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
0,5	1	1,5	1,5	1	1,5	1,5	1	1	1,5

[Torna alle sezioni della Presentazione](#)

5/11/2003

Luigi Lecci

[Vai al foglio Excel](#)

61

Calcolo delle probabilità e statistica sempre meno presenti

- Negli ultimi anni è stata ridotta l'incidenza del calcolo delle probabilità e della statistica; è stato anche abbassato il livello di competenze richieste nel campo della programmazione.
- Per quanto concerne il calcolo delle probabilità e della statistica inferenziale, nei primi anni (dal 1992 al 1996) la presenza è stata costante e le competenze richieste sono state anche di livello medio-alto. Non è stato raro il caso che i problemi proposti abbiano richiesto notevole impegno anche ai docenti per giungere alla soluzione.

5/11/2003

Luigi Lecci

63

Confronto con le prove degli anni precedenti

L'evolversi della presenza dell'informatica, del calcolo delle probabilità e della statistica

Il calcolo delle probabilità ridotto al lumicino negli ultimi anni.

- Negli ultimi sette anni il livello si è abbassato moltissimo; addirittura negli ultimi anni sono state presentate semplicissime questioni.
- Perché la riduzione dell'incidenza? Probabilmente si è riscontrato che in molte realtà scolastiche l'attenzione dedicata alla trattazione dei due temi (Probabilità e Statistica) è piuttosto ridotta rispetto agli altri temi e quindi il Ministero ha ritenuto e ritiene di non dover creare eccessive difficoltà a quei candidati per i quali nel corso dello sviluppo del programma l'approccio ai temi è stato solo di primo livello.

5/11/2003

Luigi Lecci

64

I quesiti del 2002 e 2003

- **Es. Quesito n.7 del 2001:** Una classe è composta da 12 ragazzi e 4 ragazze. Tra i sedici allievi se ne scelgono 3 a caso: determinare la probabilità che siano tutti maschi. ($P=C_{4,3}/C_{16,3}$).
- **Es. Quesito n.3 del 2002:** Assumendo che i risultati X, 1, 2 delle 13 partite di Totocalcio siano equiprobabili, calcolare la probabilità che tutte le partite, eccetto una, terminino in parità (Soluzione: $P=26/3^{13}$).
- **Es. il Quesito n.1 del 2003** Vedi Quesito

5/11/2003

Luigi Lecci

65

Informatica e Analisi numerica

- L'applicazione dell'informatica è pertanto finalizzata alla risoluzione di problemi di analisi numerica. Anche nel 2003 l'accertamento delle competenze in campo informatico è stato finalizzato all'analisi numerica.
(Vedi Problema 2., Quesito n.7, Quesito n.10)
- Dunque anche il ruolo dell'informatica, intesa come attività di programmazione con un particolare linguaggio, è stato ridimensionato. Ciò implica che nei prossimi anni anche da parte dei docenti si dedicherà sempre meno spazio alla ricerca di algoritmi risolutivi di particolari problemi.

5/11/2003

Luigi Lecci

67

...e l'informatica

- Nei primi anni sono stati posti quesiti relativi ad ordinamento ed elaborazione di dati strutturati (Array). Dal 1997 il quesito di informatica consiste nel richiedere che lo studente determini il valore della radice di un'equazione (magari trascendente) o che calcoli il valore di un integrale definito. In ciascuno dei due casi si tratta di implementare un algoritmo iterativo per giungere alla soluzione.

5/11/2003

Luigi Lecci

66

Informatica e multimedialità

- Alla riduzione del ruolo dell'informatica come scienza della programmazione si è contrapposta in questi ultimi anni l'affermazione della multimedialità.
- L'utilizzo di pacchetti applicativi quali **Derive**, il **foglio elettronico**, **Cabri-Géomètre**, in maniera sempre più massiccia, per non parlare della corsa di tutti verso la patente europea del computer (ECDL), ed i conseguenti finanziamenti ministeriali, sembrano proprio indicare che in futuro si dedicherà all'esercizio della programmazione sempre meno attenzione.

5/11/2003

Luigi Lecci

68

Verso quale futuro ? D.1

- Io ritengo che la crescita culturale e lo sviluppo di abilità idonee ad analizzare situazioni complesse passino attraverso l'esercizio mentale della ricerca di soluzioni personali di semplici problemi, per avviarsi in un secondo momento a costruire e risolvere sistemi più complessi. La peculiarità dell'informatica, come disciplina formativa, a mio avviso, risiede nell'obbligare lo studente a prevedere percorsi rigorosi, magari anche alternativi, per conseguire l'obiettivo prefissato. L'algoritmo risolutivo di un problema è tanto più bello ed elegante quanto più è snello.

5/11/2003

Luigi Lecci

69

Fine
(Luigi Lecci)

Verso quale futuro ? D.2

- L'informatica può incidere notevolmente nel processo formativo degli studenti abituandoli ad operare ed esprimersi correttamente, evitando ridondanze e contraddizioni.
- Non vorrei sbagliarmi, ma voglio sperare che la crescita culturale degli studenti non debba risentire negativamente della tendenza di quei colleghi che cercano di evitare ai loro allievi "eccessivi sforzi mentali" e propinano pacchetti applicativi pronti per l'uso, belli e accattivanti. L'utilizzo delle applicazioni, ritengo, deve essere in ogni caso ragionato e finalizzato allo sviluppo di ulteriori abilità.

5/11/2003

Luigi Lecci

70