

Indagini per un omicidio

In una certa località è stato commesso un omicidio e nel corso delle indagini effettuate fino ad una certa data è stato individuato Tizio come possibile responsabile. A carico di Tizio sono stati raccolti tre indizi, I_1, I_2, I_3 , in base ai quali il Giudice Istruttore ritiene che Tizio possa essere responsabile dell'omicidio secondo quanto riportato nella tabella a margine. Poiché relativamente al terzo indizio il Giudice non è riuscito a definire ancora una probabilità di colpevolezza di Tizio decide di proseguire le indagini e di costruire la funzione di probabilità $P(X)$ della presunta colpevolezza di Tizio tenendo conto delle informazioni acquisite, indicando con X la percentuale di colpevolezza di Tizio collegata all'indizio I_3 .

Indizio	Probabilità che Tizio sia responsabile dell'omicidio
I_1	30%
I_2	45%
I_3	X

- Esplicitare la funzione $P(X)$.
- Determinare il valore minimo per X affinché Tizio sia colpevole dell'omicidio almeno al 70%.

Elaborazioni

a) Osserviamo che dai primi due indizi emerge che Tizio è innocente con probabilità $1-0,30=0,70$ in relazione al primo indizio, è innocente con probabilità $1-0,45=0,55$ in relazione al secondo indizio ed innocente con probabilità $1-X$ in relazione al terzo indizio. Per essere del tutto innocente dell'omicidio Tizio deve essere innocente contemporaneamente per tutti e tre gli indizi, cioè deve essere scagionato da tutti gli elementi che emergono dai tre indizi. Non avendo alcuna informazione specifica sugli indizi dobbiamo ritenere che questi siano relativi a fenomeni indipendenti e quindi la probabilità che Tizio risulti innocente (quindi del tutto estraneo) per l'omicidio è il prodotto delle probabilità dei singoli fattori:

$$P(\langle\langle\text{Tizio è innocente dell'omicidio}\rangle\rangle)=0,70 \cdot 0,55 \cdot (1-X)=0,385 \cdot (1-X)$$

Evidentemente la probabilità che Tizio sia colpevole dell'omicidio in esame, per il **teorema della probabilità dell'evento contrario**, è:

$$P(\langle\langle\text{Tizio è colpevole dell'omicidio}\rangle\rangle)=p(X)=1-P(\langle\langle\text{Tizio è innocente dell'omicidio}\rangle\rangle)=1-0,385 \cdot (1-X)=0,615+0,385X$$

b) Per determinare il valore X si deve imporre che la probabilità che Tizio sia colpevole dell'omicidio sia maggiore o uguale a 0,70, dunque che sia soddisfatta la disuguaglianza

$$0,615+0,385X \geq 0,70 \rightarrow 0,385X \geq 0,085 \rightarrow X \geq \frac{0,085}{0,385} \rightarrow X \geq \frac{17}{77} \rightarrow X \geq 0,2208$$

Quindi la probabilità che Tizio sia colpevole in relazione al terzo indizio deve superare il 22%.