

Programma di Matematica
svolto nella classe IV sez. D/Indirizzo PNI- a. s. 2006/2007

Docente: Luigi Lecci

Libro di testo adottato: Moduli di Lineamenti di matematica C,D,E,H,L di N. Dodero, P. Baroncini e R. Manfredi, c. editrice Ghisetti e Corvi Editori. Statistica Descrittiva

Avvio corso

- Risoluzione di problemi geometrici.
- Utilizzo delle formule goniometriche e dei teoremi sui triangoli rettangoli.
- Risoluzione di problemi su triangoli con applicazione dei teoremi dei seni, delle proiezioni, di Carnot.

Esponenziali

- Caratteristiche della funzione esponenziale e sua rappresentazione grafica.
- Proprietà di monotonia.
- Applicazione delle proprietà della funzione esponenziale alla determinazione del dominio di una funzione trascendente.
- Risoluzione di equazioni esponenziali. Studio di diversi modelli.
- Risoluzione grafica di equazioni esponenziali del tipo $a^x = mx + n$.
- Ricerca degli eventuali zeri di un'equazione esponenziale mista con il metodo dicotomico.

Logaritmi

- Definizione di logaritmo: $\log_a b$.
- Proprietà dei logaritmi: del prodotto, della potenza, del quoziente, della radice e relative dimostrazioni.
- Formula per il cambiamento di base.
- Esercizi sul calcolo di espressioni varie.
- La funzione logaritmica $f(x) = \log_a x$.
 - Dominio di definizione e proprietà di monotonia.
 - Rappresentazione grafica del diagramma della funzione con distinzione dei casi $0 < a < 1; a > 1$.
 - Rappresentazioni grafiche delle funzioni $f(x) = \log_a(x + k)$.
- Risoluzione di equazioni elementari logaritmiche.
- Risoluzione di equazioni logaritmiche con applicazione delle proprietà dei logaritmi.
- Disequazioni esponenziali e logaritmiche, curve esponenziali, interpretazione e risoluzione grafica di disequazioni trascendenti esponenziali e logaritmiche (es. $2^{1-x^2} < 3^{x-1}$, $\log_9(2 - 3^x) - x < 0$).

1^ Compito scritto (1^ Quadrimestre). Argomenti: Algebra: Equazioni esponenziali e logaritmiche. Disequazioni esponenziali. Equazioni trascendenti risolte graficamente. Utilizzo del metodo dicotomico per la determinazione del valore di una soluzione di un'equazione con errore minore di 10^{-k} .

Statistica descrittiva

- Indagine statistica, raccolta di dati, spoglio di dati, elaborazione di dati, composizione di tabelle statistiche.
- Rappresentazioni grafiche in statistica.
- Indici e medie statistiche: media aritmetica semplice e ponderata; scarti della media; media geometrica semplice e ponderata; media quadratica semplice e ponderata; media armonica semplice e ponderata; relazione tra le medie; moda; mediana.
- Interpolazione statistica – metodo dei minimi quadrati.
- Funzioni interpolatrici: funzione lineare, funzione quadratica, funzione esponenziale.
- Correlazione; covarianza. Coefficiente di correlazione. Indice di correlazione di Bravais-Pearson e relativa dimostrazione. Regressione lineare con il metodo dei minimi quadrati.
- **INFORMATICA:** Utilizzo del foglio elettronico Excel per lo studio di fenomeni statistici.

Geometria dello spazio. Rette e piani nello spazio

- Posizione di una retta rispetto ad un piano.
- Posizione di due rette nello spazio.
- Posizione di due piani nello spazio.
- Retta e piano perpendicolari.
- Teorema delle tre perpendicolari.

Calcolo combinatorio ed eventi

- Definizione di fattoriale, operazioni con il fattoriale.
- Definizione di disposizioni semplici, di disposizioni con ripetizione, di permutazioni.
- Definizione di combinazioni semplici, di combinazioni con ripetizione.
- Definizione di coefficiente binomiale; Proprietà dei coefficienti binomiali.
- Formula di Newton per lo sviluppo di una potenza di un binomio.
- **INFORMATICA:** Costruzione di un programma in Turbo Pascal per il calcolo del fattoriale di un numero intero.
- Definizione di evento. Lo spazio degli eventi.
- Eventi compatibili, eventi incompatibili.
- Evento unione di due eventi. Evento prodotto di due eventi.
- **INFORMATICA:** Utilizzo delle funzioni casuali in ambiente Turbo Pascal e Excel.

Algebra; logaritmi ed esponenziali

- Applicazioni della teoria sui logaritmi e sugli esponenziali nella risoluzione di equazioni e disequazioni trascendenti.
- Approfondimenti sulla risoluzione grafica di equazioni e disequazioni.

2[^] Compito scritto (1[^] Quadrimestre). Argomenti: Disequazioni esponenziali e logaritmiche. Statistica descrittiva. Calcolo combinatorio.

Geometria dello spazio. Diedri, angoloidi e poliedri

- Rette parallele nello spazio. Proiezioni, angolo di una retta con un piano. Retta e piano paralleli. Piani paralleli. Il teorema di Talete nello spazio.
- Diedro: definizione e misura. Piani perpendicolari. Rette sghembe.
- Angoloidi: definizione e proprietà. Congruenza degli angoloidi. Criteri di congruenza.
- Poliedri: prisma, parallelepipedo, piramide, tronco di piramide. Poliedri regolari.
- Teorema di Eulero e sue conseguenze.

Teoremi sulla probabilità

- Impostazioni classica, frequentista e soggettivista della probabilità.
- Teorema della probabilità totale. Probabilità condizionata. Teorema della probabilità composta.
- Teorema sulla probabilità di un evento composto da due eventi nel caso che gli eventi siano indipendenti.
- Probabilità di un evento composto da tre eventi. Teorema della probabilità condizionata.
- Illustrazione e dimostrazione della formula di Bayes. Applicazioni varie.

Algebra lineare. Matrici e determinanti

- Matrici: definizioni fondamentali.
- Algebra delle matrici: somma, prodotto di una matrice per uno scalare, prodotto di matrici.
- Proprietà delle operazioni: associativa del prodotto, distributività del prodotto rispetto alla somma.
- Definizione generale di determinante per una matrice quadrata. Proprietà dei determinanti.
- Calcolo di un determinante di ordine due; regola di Sarrus per il determinante del terzo ordine.
- Definizione di minore complementare e di complemento algebrico per un elemento di una matrice quadrata.
- Calcolo di un determinante di ordine n con la regola di Laplace.
- Definizione di matrice inversa per una matrice non singolare e sua determinazione.
- Rango di una matrice. Determinazione del rango di una matrice rettangolare contenente uno o più parametri.
- Teorema di Kronecker e sua applicazione.

1^ Compito scritto (2^ Quadrimestre). Argomenti: Probabilità. Geometria dello spazio.

Programmazione in Turbo Pascal. Disequazioni esponenziali, logaritmiche e goniometriche. Cenni sulle matrici.

Geometria dello spazio. I corpi rotondi – Superfici e solidi di rotazione

- Cilindro, cono, tronco di cono.
- Superficie conica a due falde; sezioni coniche.
- La sfera e le sue parti: settore sferico, fuso sferico, spicchio sferico, calotta sferica.
- Estensione della superficie di un solido.
- Superficie ed area di un prisma retto, di una piramide, di un tronco di piramide, del cilindro, di un cono, di un tronco di cono, di una sfera. Area di una calotta sferica.
- Principio di Cavalieri. Equivalenza dei poliedri. Scodella di Galileo.
- Dimostrazione della formula per il calcolo del volume di una piramide, di un cono, di un tronco di piramide e di un tronco di cono.
- Volume di un segmento sferico ad una o due basi. Volume di un settore sferico. Volume ed area della superficie di un solido di rotazione.
- Applicazioni dei teoremi studiati alla risoluzione di problemi.

Variabili casuali discrete

- Definizione di variabile casuale discreta.
- Valore medio, moda e mediana. Proprietà del valore medio.
- Calcolo della varianza e dello scarto quadratico medio. Proprietà della varianza.
- Funzione di ripartizione e sue proprietà. Teorema di Cebyšev.

- Cenni di teoria dei giochi.

Algebra lineare. Sistemi lineari

- Risoluzione di sistemi di n equazioni in n incognite. Regola di Cramer.
- Risoluzione di sistemi di m equazioni in n incognite.
- Discussione di sistemi parametrici.
- Risoluzione di un sistema con il metodo di eliminazione delle incognite. Metodo di Gauss.
- Enunciato del teorema di Rouché-Capelli e sua applicazione nella discussione di sistemi di equazioni lineari parametriche.
- Risoluzione di sistemi omogenei.

2^a Compito scritto (2^a Quadrimestre). Argomenti: Risoluzione di sistemi lineari. Discussione di sistemi lineari parametrici. Calcolo dell'inversa di una matrice. Geometria dello spazio: Problema sulla piramide. Disequazioni esponenziali e logaritmiche.

Trasformazioni nel piano cartesiano

- Definizione di affinità. Proprietà delle affinità. Determinante di un'affinità e suo significato geometrico.
- Le isometrie: traslazioni, simmetrie centrali, simmetrie assiali (rispetto ad una retta parallela ad un asse coordinato e rispetto ad una retta qualsiasi), rotazioni (equazioni di una rotazione intorno all'origine degli assi ed intorno ad un punto qualsiasi).
- Composizione di isometrie (una traslazione con una simmetria centrale, una rotazione con una traslazione).
- Applicazioni delle isometrie allo studio delle coniche. Classificare una conica (coniche degeneri e non degeneri). Cercare il centro di simmetria di un'ellisse o di un'iperbole ruotata. Trovare l'equazione di una conica in un riferimento cartesiano avente gli assi coordinati paralleli agli assi di simmetria di una conica.
- Le similitudini nel piano cartesiano. Le omotetie. Le dilatazioni e loro applicazioni. Composizione di un'omotetia con una traslazione.

I numeri complessi

- Definizione di numero complesso.
- Risoluzione di equazioni di secondo grado nell'insieme dei numeri complessi.
- Rappresentazione geometrica di numeri complessi nel piano di Gauss. Corrispondenza tra vettori e numeri complessi.
- Modulo ed argomento di numero complesso. Forma trigonometrica di un numero complesso.
- Proprietà per il prodotto di due numeri complessi. Formula di De Moivre per la potenza ad esponente intero di un numero complesso. Quoziente di due numeri complessi in forma trigonometrica. Estensione della formula di De Moivre al caso della potenza di un numero complesso con esponente intero negativo.
- Calcolo delle radici n -esime di un numero complesso.
- Forma esponenziale di un numero complesso. Formule di Eulero.
- Applicazioni: risoluzione di esercizi e di equazioni nel campo complesso.
- Rappresentazione nel piano di Gauss delle potenze z^n di un numero complesso (casi $|z| > 1$, $|z| < 1$).

3^a Compito scritto (2^a Quadrimestre). Argomenti: Problema di geometria dello spazio. Esercizi sui numeri complessi. Problemi sulle trasformazioni geometriche nel piano.

Gli alunni

Il docente
Luigi Lecci