

LICEO SCIENTIFICO STATALE “G.STAMPACCHIA”
TRICASE(LE)

PROGRAMMA DI MATEMATICA
a.s. 2005/2006

classe III sez. D/PNI

Prof. Luigi Lecci

ALGEBRA

Disequazioni irrazionali

- Proprietà delle disuguaglianze numeriche.
- 1^a proprietà di compatibilità delle disuguaglianze.
- 2^a proprietà di compatibilità delle disuguaglianze.
- Definizione e applicazione del concetto di dominio di una funzione.
- Studio e risoluzione delle disequazioni elementari: $\sqrt[n]{A(x)} < B(x)$, $\sqrt[n]{A(x)} \leq B(x)$,
 $\sqrt[n]{A(x)} > B(x)$, $\sqrt[n]{A(x)} \geq B(x)$.
- Risoluzione di equazioni irrazionali con più radicali.
- Risoluzione di disequazioni irrazionali fratte o con valore assoluto.
- Risoluzione di equazioni irrazionali parametriche.

GEOMETRIA ANALITICA

1. Il piano cartesiano

- Definizione di funzione iniettiva, suriettiva, biunivoca tra due insiemi.
- Riferimento su una retta. Corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei numeri reali ed i punti di una retta orientata dotata di riferimento - $\varphi : r \rightarrow \mathbb{R}$
- Ascisse su una retta
- Studio della relazione di Chasles
- Calcolo della distanza tra due punti su una retta orientata.
- Ascissa del punto medio di un segmento su una retta orientata.
- Introduzione del concetto di piano cartesiano e definizione di coordinate cartesiane nel piano.
- Calcolo della distanze tra due punti nel piano cartesiano
- Coordinate del punto medio di un segmento.
- Dividere un segmento in due altri segmenti di rapporto assegnato.
- Calcolo delle coordinate del baricentro di un triangolo.
- Simmetria centrale.
- Equazioni di una traslazione determinata da un vettore.
- Traslazione di un sistema di riferimento- Equazioni che consentono il passaggio da un sistema di riferimento ad un altro traslato.
- Luoghi geometrici particolari nel piano cartesiano.

2. La retta nel piano cartesiano

- Equazione di una retta parallela all'asse delle ascisse.
- Equazione di una retta parallela all'asse delle ordinate.
- Equazione di una retta passante per l'origine degli assi. Introduzione del concetto di coefficiente angolare; relazione tra coefficiente angolare di una retta e tangente goniometrica dell'angolo α che la retta stessa forma con il semiasse positivo delle ascisse.
- Equazioni delle bisettrici dei quadranti.
- Equazione di una retta generica nel piano cartesiano.
- Equazioni parametriche di una retta passante per due punti.

- Equazione dell'asse di un segmento dedotta dalla proprietà del luogo geometrico.
- Simmetrie nel piano cartesiano (simmetria assiale, simmetria centrale).
- Calcolo dell'area di un triangolo tramite le coordinate dei vertici (regola di Sarrus).
- Studio della condizione di parallelismo tra rette.
- Studio della condizione di perpendicolarità tra rette.
- Posizione reciproca di due rette (incidenti, coincidenti, parallele e distinte);
- Equazione della retta passante per due punti.
- Dimostrazione della formula per il calcolo della distanza di un punto da una retta.
- Equazioni delle bisettrici degli angoli formati da due rette.
- Fasci di rette- Fascio proprio e fascio improprio- Rette basi del fascio.
- Equazione di un fascio di rette contenente un solo parametro. Significato della retta limite.
- Rappresentazione di grafici di funzioni in una variabile $y=f(x)$, con la variabile di primo grado e presente in valore assoluto.
- Studio di luoghi geometrici dedotti dalla retta nota l'equazione cartesiana o le equazioni in forma parametrica. Esercizi e problemi applicativi di riepilogo.

3. *La parabola nel piano cartesiano*

- Introduzione generale sulle sezioni coniche.
- La parabola come luogo geometrico.
- Elementi caratteristici di una parabola (vertice, fuoco, direttrice).
- La parabola nel piano cartesiano. Equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo ad un asse coordinato.
- Posizione reciproca tra retta e parabola .
- Il problema delle tangenti condotte da un punto esterno ad una parabola. Normale ad una parabola in un punto.
- Equazione della retta tangente ad una parabola in un suo punto: dimostrazione della formula per il coefficiente angolare . Formula di sdoppiamento per l'equazione della retta tangente. Applicazioni della parabola alla risoluzione grafica di equazioni e disequazioni.
- Fasci di parabole. Analisi di un fascio- Curve generatrici – Curva limite.
- Approfondimento:Fascio di parabole tangenti in un punto: generazione tramite l'equazione della retta tangente e l'equazione della parabola degenera $(x-x_0)^2=0$.
- Teorema di Archimede per l'area di un segmento parabolico.
- Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni irrazionali.
- Esercizi e problemi.
- Costruzione della parabola con Cabrì. Rappresentazione di Rette e parabole con Derive.

4. *La circonferenza nel piano cartesiano*

- La circonferenza nel piano cartesiano. Equazione della circonferenza. Dall'equazione della circonferenza alle coordinate del centro ed alla misura del raggio.
- Circonferenze in posizioni particolari (C. con il centro nell'origine O, C. passante per l'origine O degli assi, C. avente il centro su uno dei due assi)
- Posizione reciproca tra retta e circonferenza (retta secante, tangente, esterna alla circonferenza);
- Equazioni delle tangenti condotte da un punto esterno ad una circonferenza da: studio dei diversi metodi.
- Equazione della tangente a una circonferenza in un suo punto: analisi dei diversi metodi.
- Applicazioni: Utilizzo della circonferenza nella risoluzione grafica di equazioni e disequazioni.
- Curve deducibili dalla circonferenza.
- Fasci di circonferenze.
 - Concetto di combinazione lineare di due equazioni.

- Circonferenze generatrici di un fascio. Asse radicale. Luogo geometrico dei centri. Fascio determinato da una retta e da una circonferenza. Studio di fasci.
- Approfondimento: Fascio di circonferenze tangenti in un punto: generazione tramite l'equazione della retta tangente e l'equazione della circonferenza degenera di raggio nullo: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=0$.
- Applicazione di Derive allo studio di problemi sulla circonferenza e su problemi articolati su retta, parabola e circonferenza.

5. L'ellisse nel piano cartesiano

- L'ellisse come luogo geometrico. Proprietà di simmetria dell'ellisse.
- L'ellisse nel piano cartesiano. Equazione (canonica) dell'ellisse riferita ai suoi assi. Misure degli assi. Coordinate dei fuochi; eccentricità.
- Tangenti ad un'ellisse condotte da un punto esterno. Tangente all'ellisse in un suo punto.
- Ellisse riferita ad un sistema di riferimento avente gli assi coordinati paralleli agli assi di simmetria dell'ellisse. Dalla forma algebrica generale $mx^2 + ny^2 + px + qy + r = 0$ alla forma canonica $\frac{(x-x_c)^2}{a^2} + \frac{(y-y_c)^2}{b^2} = 1$
- Fasci di ellissi.
- Applicazioni a grafici. Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni con l'ausilio dell'ellisse..

6. L'iperbole nel piano cartesiano

- L'iperbole come luogo geometrico.
- Equazione dell'iperbole riferita ai suoi assi .
- Iperbole la cui equazione sia in forma canonica ed avente i fuochi sull'asse delle ascisse o sull'asse delle ordinate. Vertici reali e vertici immaginari di un'iperbole. Asse trasverso ed asse non trasverso. Misure dei semiassi. Eccentricità.
- Gli asintoti di un'iperbole e le loro equazioni. Comportamento della curva rispetto ai due asintoti.
- Tangenti ad un'iperbole condotte da un punto esterno. Tangente all'iperbole in un suo punto.
- Iperbole riferita ad un sistema di riferimento avente gli assi coordinati paralleli agli assi di simmetria dell'iperbole. Dalla forma algebrica generale $mx^2 + ny^2 + px + qy + r = 0$ alla forma canonica $\frac{(x-x_c)^2}{a^2} - \frac{(y-y_c)^2}{b^2} = \pm 1$
- Iperbole equilatera. L'iperbole equilatera riferita ai propri asintoti.
- Studio della funzione omografica.
- L'iperbole equilatera riferita ad un sistema di assi paralleli agli asintoti della curva.
- Proprietà areolare dell'iperbole.
- Fasci di iperboli.
- Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni.

GONIOMETRIA

1. Funzioni goniometriche

- Definizione di radiante
- I sistemi di misura per gli angoli (sessagesimale, centesimale, circolare).
- Angoli orientati e loro misura.
- Definizione delle funzioni goniometriche di seno, coseno, tangente, cotangente, secante e cosecante.
- Le funzioni goniometriche e la circonferenza goniometrica.
- Relazioni tra le funzioni goniometriche fondamentali di un angolo.

- Le funzioni goniometriche e la circonferenza goniometrica:
- Rappresentazione grafica delle funzioni goniometriche fondamentali.
- Periodicità delle funzioni goniometriche;
- Studio delle funzioni inverse delle funzioni circolari ($\arcsen x$, $\arccos x$, $\arctg x$, $\operatorname{arccotg} x$) e loro rappresentazioni grafiche.
- Le funzioni goniometriche con Derive.
- Relazioni tra le funzioni goniometriche per gli archi associati.

2. Formule goniometriche

- Dimostrazione delle formule di sottrazione, di addizione, di duplicazione, di bisezione, di prostaferesi, di Werner.
- Equazioni parametriche di seno e coseno di un angolo;
- Determinazione del periodo di una funzione goniometrica.

3. Equazioni e disequazioni goniometriche

- Definizione di equazione goniometrica.
- Risoluzione delle equazioni elementari: $\operatorname{sen} x = n$, $\operatorname{cos} x = n$, $\operatorname{tg} x = n$, $\operatorname{cotg} x = n$.
- Risoluzione di equazioni di secondo grado $a \cdot \varphi^2(x) + b \cdot \varphi(x) + c = 0$, con $\varphi(x)$ una qualsiasi funzione goniometrica.
- Risoluzione di equazioni omogenee di secondo e quarto grado in $\operatorname{sen} x$ e $\operatorname{cos} x$.
- Risoluzione di equazioni lineari di primo grado in $\operatorname{sen} x$ e $\operatorname{cos} x$
- Equazioni simmetriche in $\operatorname{sen} x$ e $\operatorname{cos} x$
- Sistemi di equazioni goniometriche.
- Risoluzione di equazioni goniometriche di forma qualsiasi.
- Definizione di disequazione goniometrica.
- Risoluzione delle disequazioni elementari $\operatorname{sen} x > n$, $\operatorname{sen} x \geq n$, $\operatorname{sen} x < n$, $\operatorname{sen} x \leq n$, $\operatorname{cos} x > n$, $\operatorname{cos} x \geq n$, $\operatorname{cos} x < n$, $\operatorname{cos} x \leq n$; $\operatorname{tg} x > n$, $\operatorname{tg} x \geq n$, $\operatorname{tg} x < n$, $\operatorname{tg} x \leq n$; $\operatorname{cotg} x > n$, $\operatorname{cotg} x \geq n$, $\operatorname{cotg} x < n$, $\operatorname{cotg} x \leq n$.
- Soluzione di disequazioni goniometriche non in forma elementare. Disequazioni goniometriche fratte. Determinazione del dominio di funzioni trascendenti contenenti una o più funzioni goniometriche.
- Approfondimento- Discussione grafica di equazioni goniometriche parametriche: equazioni di secondo grado tramite la parabola fissa, equazioni lineari in $\operatorname{sen} x$ e $\operatorname{cos} x$ tramite la circonferenza goniometrica.

TRIGONOMETRIA

1. Relazioni tra lati e angoli di un triangolo

- Relazioni tra lati e angoli di un triangolo rettangolo.
- Risoluzione dei triangoli rettangoli.
- Dimostrazione della formula per il calcolo dell'area di un triangolo qualsiasi. Formula per il calcolo dell'area di un quadrilatero convesso tramite le diagonali.
- Teorema della corda. Teorema dei seni.
- Teorema delle proiezioni - Teorema del coseno (o di Carnot).
- Risoluzione di triangoli qualsiasi mediante l'applicazione dei teoremi studiati.
- Risoluzione di problemi geometrici con applicazione della trigonometria.

Tricase, 09-06-2006

Gli alunni

Il docente
Luigi Lecci