Progetto Lauree Scientifiche

Liceo Scientifico "Leonardo da Vinci"

Maglie, 25 gennaio 2017

OTTIMIZZAZIONE
E DINTORNI

Cosimo De Mitri

- TERZA PARTE -

UNIVERSITA' DEL SALENTO

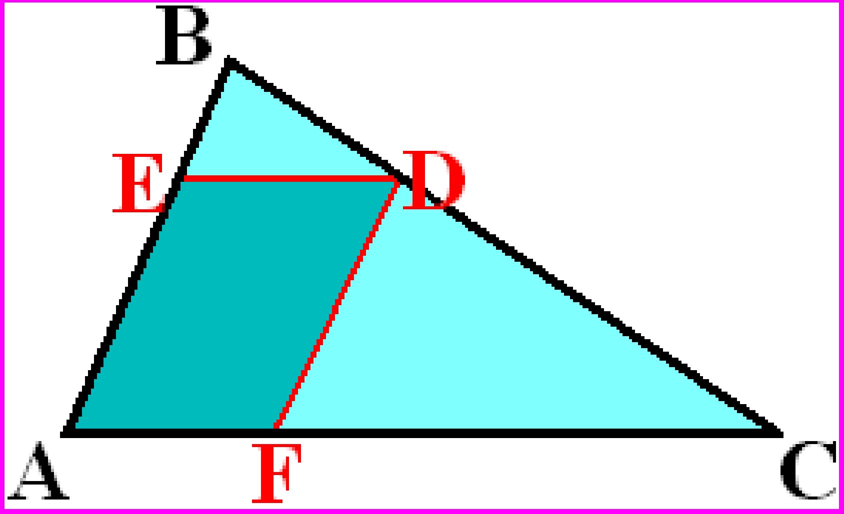
Dipartimento di Matematica e Fisica
"Ennio De Giorgi"

L'ottimizzazione nella storia

Il primo problema di massimo formulato esplicitamente compare nel V Libro degli *Elementi* di Euclide

Proposizione 27. ***Di tutti i parallelogrammi applicati alla stessa retta e deficienti di figure parallelogrammatiche simili e similmente situate rispetto al parallelogramma descritto sulla metà della retta, ha area maggiore quel parallelogramma che è applicato a metà della retta e che è simile al difetto*.**

In altri termini: dato un triangolo *ABC*, se da un punto *D* del lato *BC* si tracciano i segmenti *DE* e *DF* paralleli agli altri due lati, l'area del parallelogramma *AEDF* è massima quando *D* è il punto medio di *BC*.



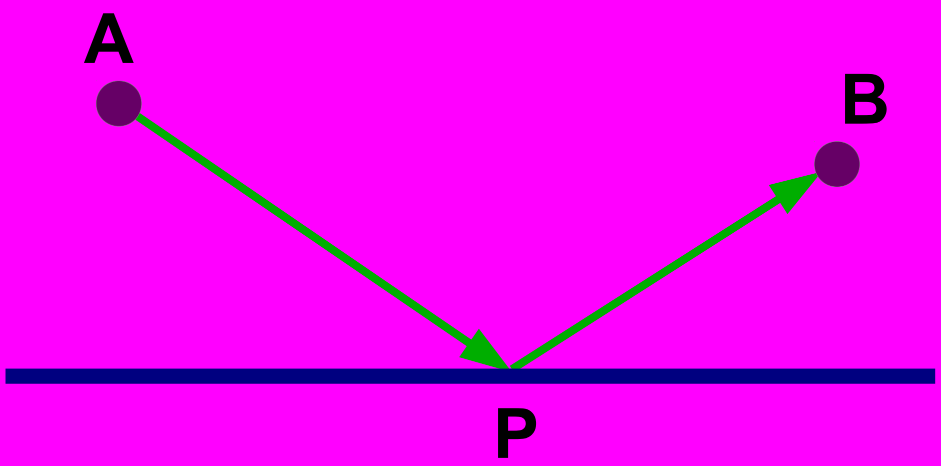
Euclide di Alessandria (IV-III a.C.)

L'ottimizzazione nella storia

Nel primo secolo d.C. Erone di Alessandria stabilisce il seguente teorema

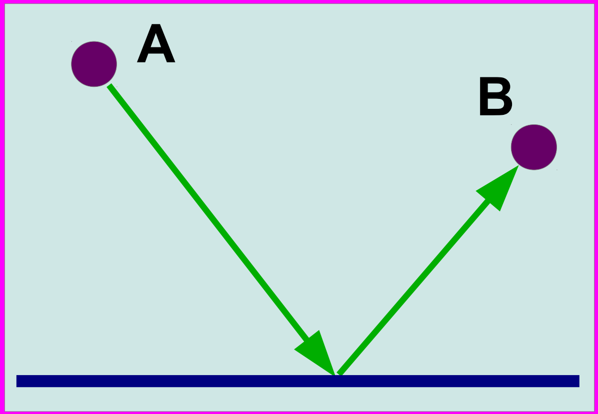
Teorema di Erone. ***Data una retta r e due punti esterni A e B, il punto P della retta R che minimizza la somma AP+PB è quel punto tale che i segmenti AP e PB formano angoli uguali con la retta r.***

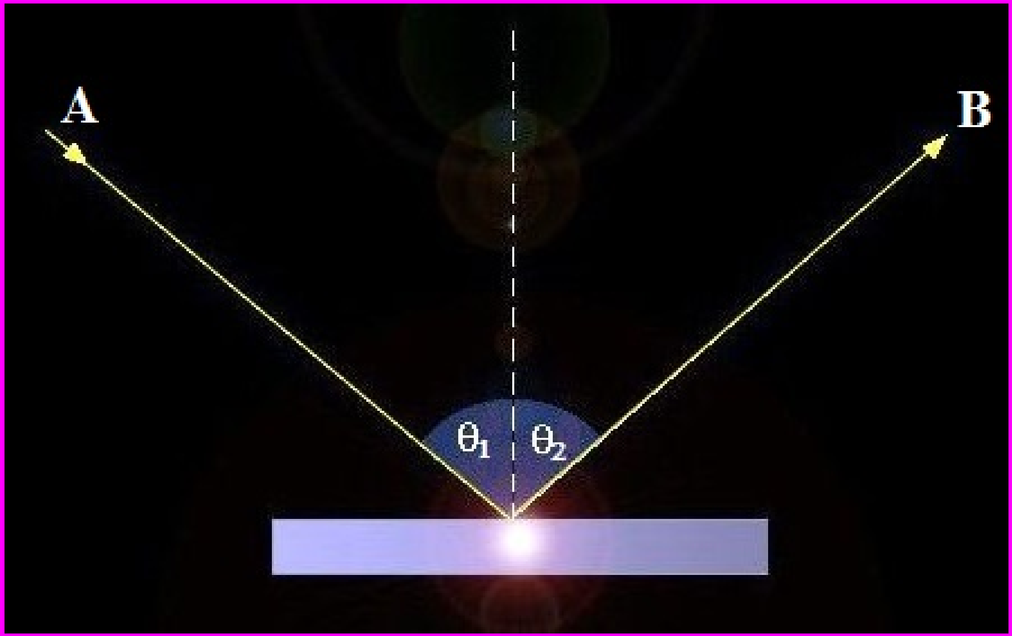
Erone di Alessandria (I d.C.)

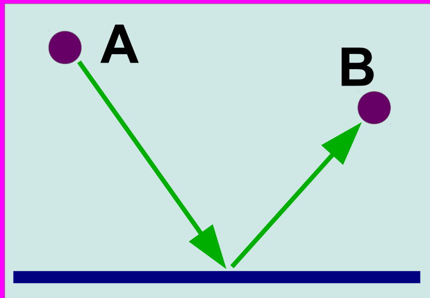


La Natura è la più brava risolutrice dei problemi di massimo e minimo

La via più breve per passare da un punto *A* ad un punto *B* dopo un rimbalzo su una superficie che fa da sponda è esattamente quella che sceglie il raggio luminoso nel fenomeno della **riflessione**







Il cowboy a cavallo

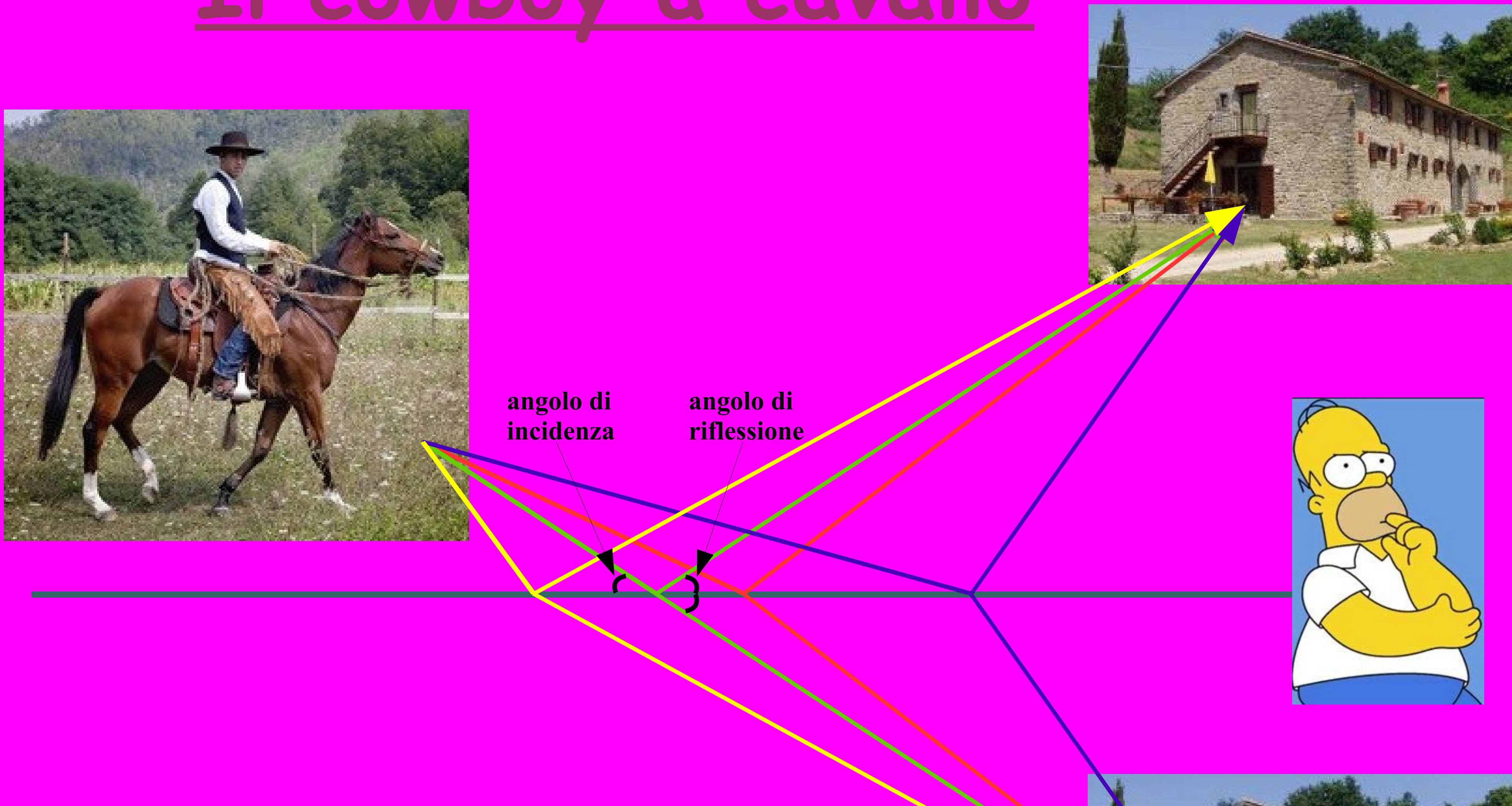
Il cowboy è interessato alla risoluzione del problema.

Egli, prima di rientrare alla fattoria, vuole raggiungere il fiume per fare abbeverare il cavallo.

giallo, verde, rosso, blu

qual è il percorso più corto?

Il cowboy a cavallo

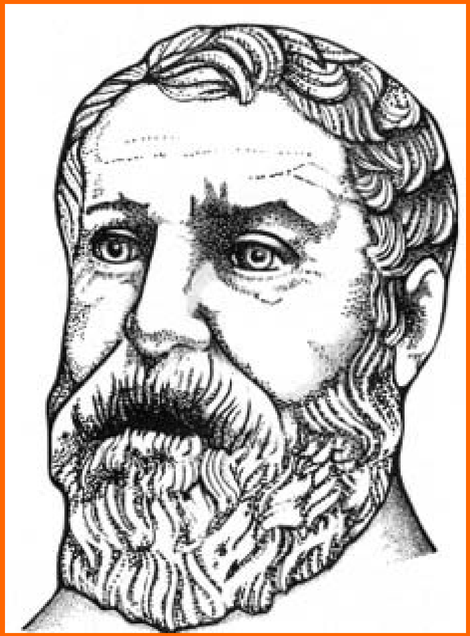


Il percorso più corto
è quello di colore verde ....

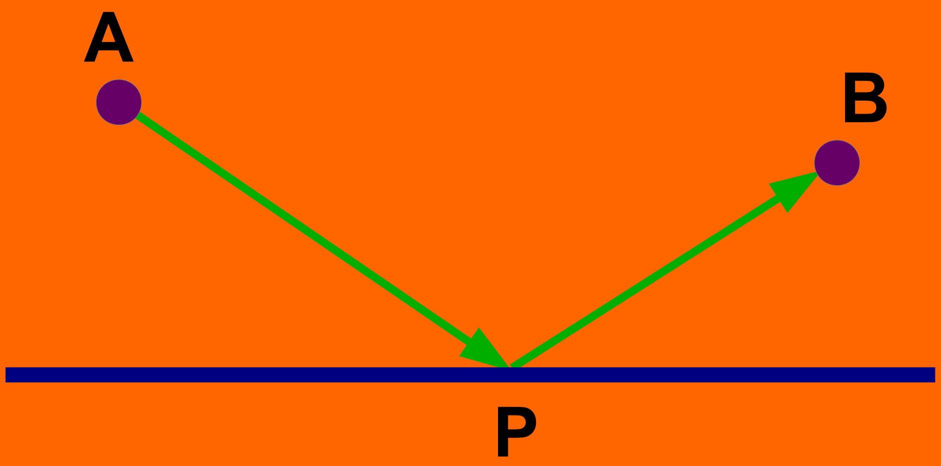
Problema assegnato all'Esame di Maturità Scientifica

"Il problema di Erone […] consiste, assegnati nel piano due punti A e B, situati dalla stessa parte rispetto ad un retta r, nel determinare il cammino minimo che congiunge A con B toccando r.
Si risolva il problema nel modo che si preferisce."

[Quesito 9 - Anno 2012]



Erone di Alessandria (I d.C.)

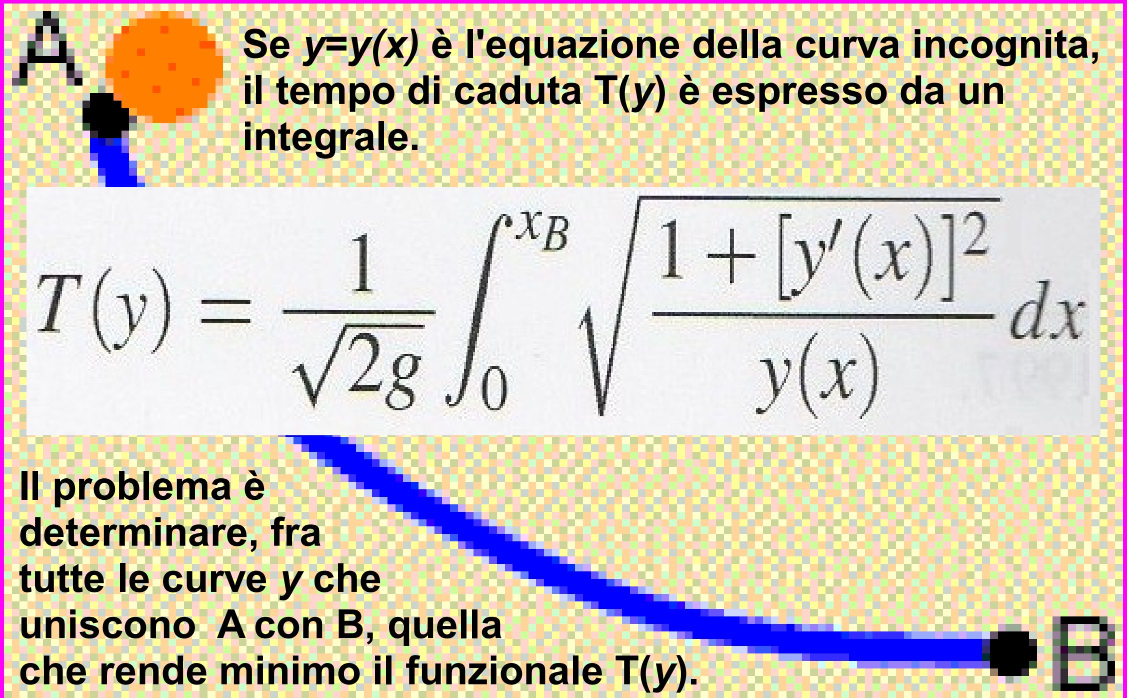


L'ottimizzazione nella storia

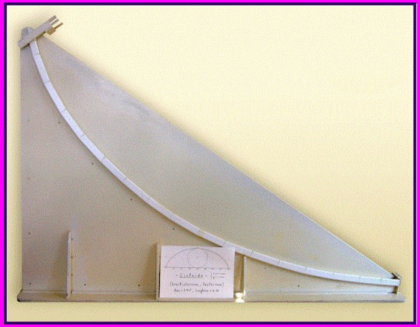
Il problema della curva brachistocrona

Dati due punti a diverse altezze in un piano verticale, trovare la forma che deve avere uno scivolo affinché una pallina passi nel più breve tempo possibile dal punto più alto a quello più basso

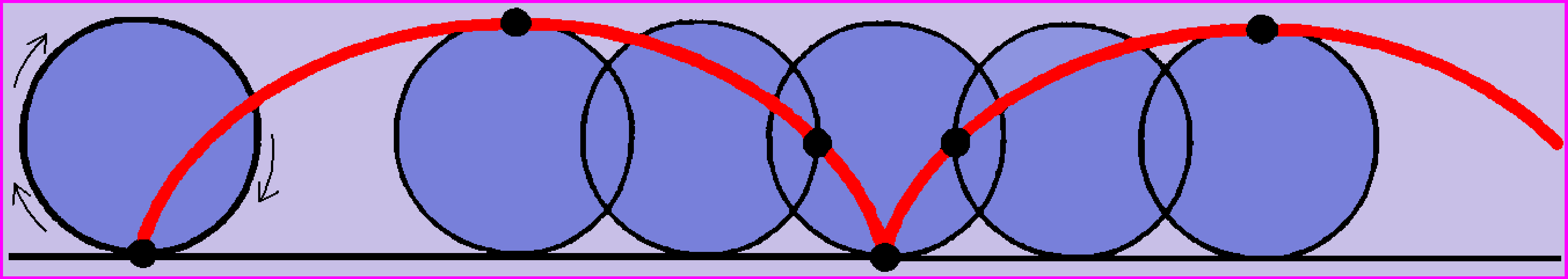
Johann Bernoulli alla fine del 1600 dimostra che la guida ottimale è un *arco di cicloide*



La cicloide



La *cicloide* è la curva descritta da un punto della ruota di una bicicletta che si muove lungo un percorso rettilineo.



$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{2r - y}{y}$$

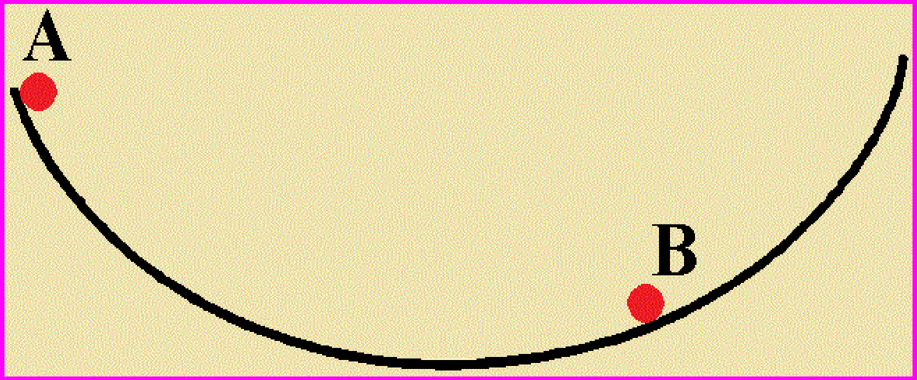
equazione differenziale

$$\begin{cases} x = r\,(t - \sin t) \\ y = r\,(1 - \cos t) \end{cases}$$

equazione parametrica

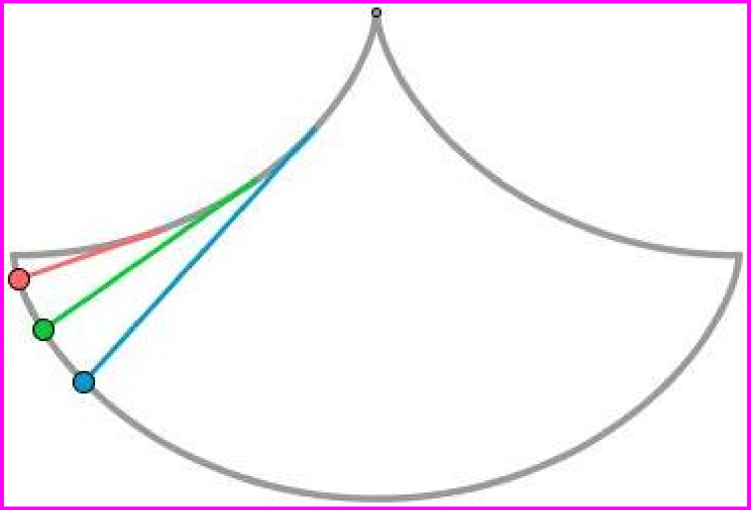
La cicloide

La cicloide, otre ad essere brachistocrona, è anche *tautocrona*:
le due palline poste in A e in B e lasciate cadere contemporaneamente raggiungono il fondo nello stesso istante.



Questa proprietà può essere sfruttata per realizzare un *pendolo perfettamente isocrono*, nel quale cioè il periodo delle oscillazioni è indipendente dall'ampiezza delle stesse.

L'espediente consiste nel costringere il filo ad oscillare fra due guide cicloidali: poiché l'evolvente di una cicloide è ancora una cicloide, il peso descriverà anch'esso una cicloide



Pendolo di Huygens

L'ottimizzazione nella storia

Il problema della curva brachistocrona

In verità la dimostrazione di Johann Bernoulli era sbagliata!

Johann Bernoulli

Egli stesso si accorse dell'errore quando lesse la dimostrazione del fratello Jakob, che era stato da lui sfidato a risolvere lo stesso problema.

I due fratelli litigarono aspramente quando Johann cercò di spacciare per sua la dimostrazione corretta.

Jakob Bernoulli

La cicloide è stata soprannominata *la bella Elena della geometria*, anche a causa delle numerose dispute di cui è stata oggetto

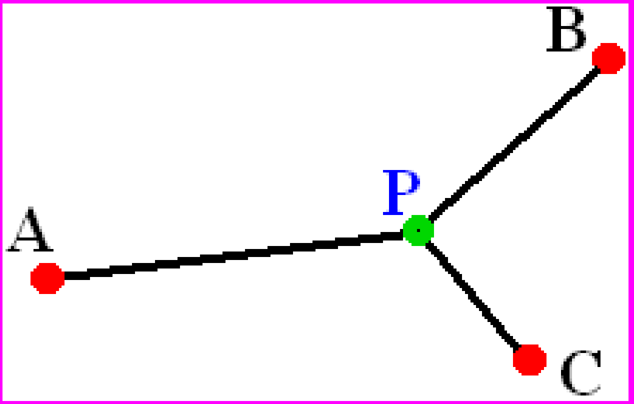
L'ottimizzazione nella storia

Il problema della rete stradale

Sono dati tre villaggi e si vuole determinare la più corta fra tutte le reti stradali che li collegano

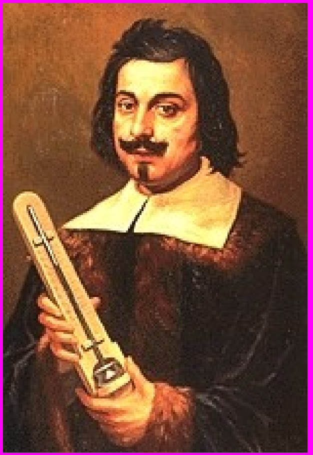
Matematicamente il problema si può formulare così:

Dati tre punti A, B e C, trovare un punto P tale che sia minima la somma delle distanze fra questo punto e quelli assegnati



Fermat

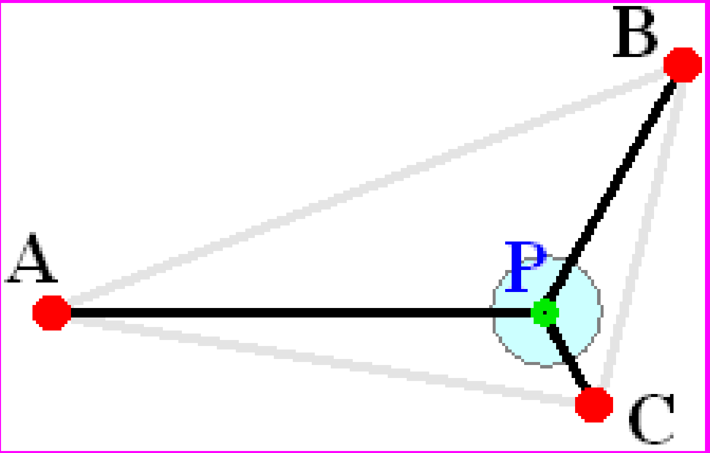
Il problema fu proposto intorno alla metà del XVII secolo da Pierre de Fermat in una lettera inviata ad Evangelista Torricelli, che in breve tempo trovò la soluzione.



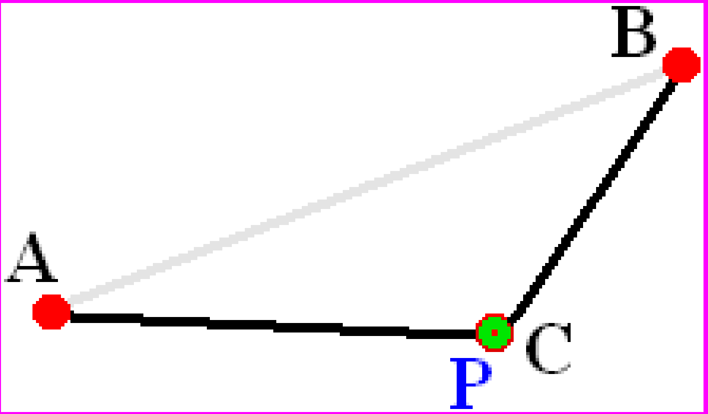
Torricelli

Il problema della rete stradale

La soluzione è rappresentata dal punto *P* dal quale i lati del triangolo *ABC* si vedono sotto angoli uguali tra loro (120° ciascuno).

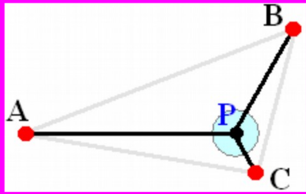


Se però uno degli angoli del triangolo è uguale o maggiore di 120°, allora il punto *P* deve coincidere con il vertice di quest'angolo.



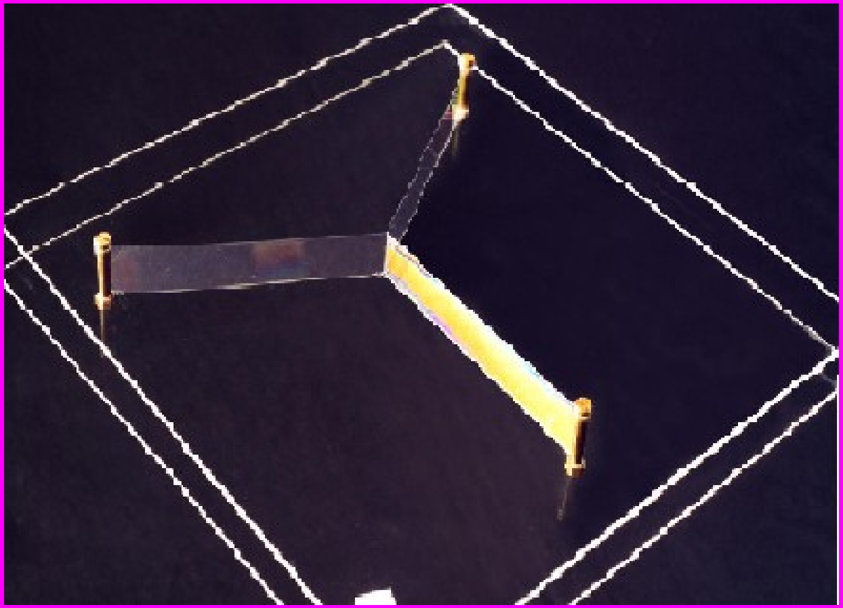
Il punto P è chiamato ***punto di Torricelli-Fermat***

Questo punto ha talmente tante proprietà che meriterebbe di essere considerato alla pari dei famosi quattro punti notevoli del triangolo, *baricentro*, *ortocentro*, *incentro* e *circocentro*

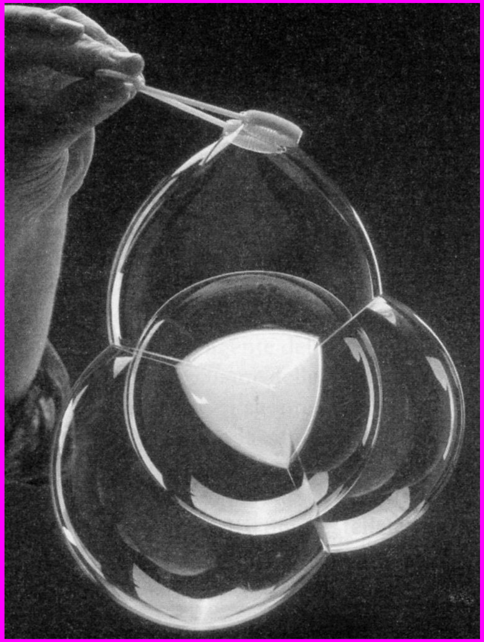


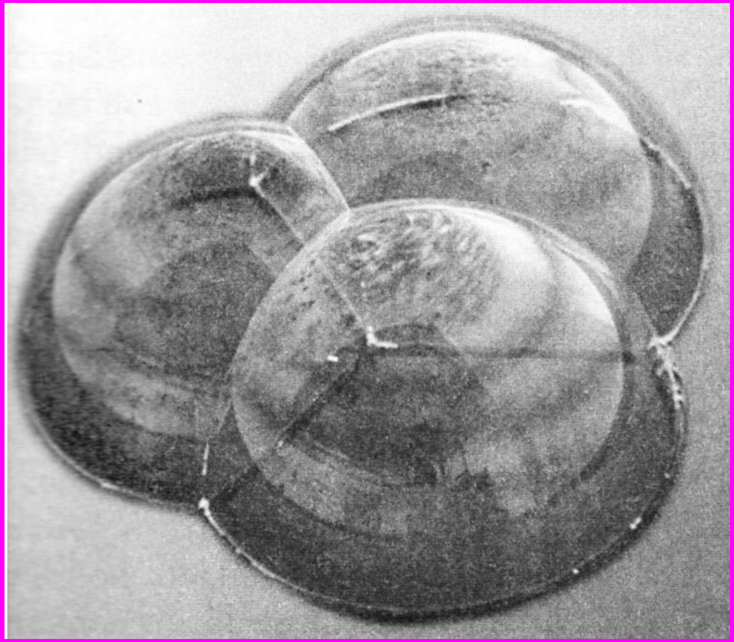
Il problema della rete stradale

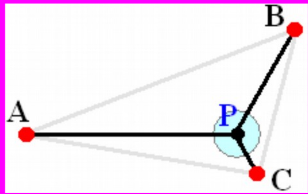
La natura conosce bene la soluzione



Angoli diedri di 120° formati dalle lamine di liquido saponoso, per ridurre il più possibile la tensione superficiale







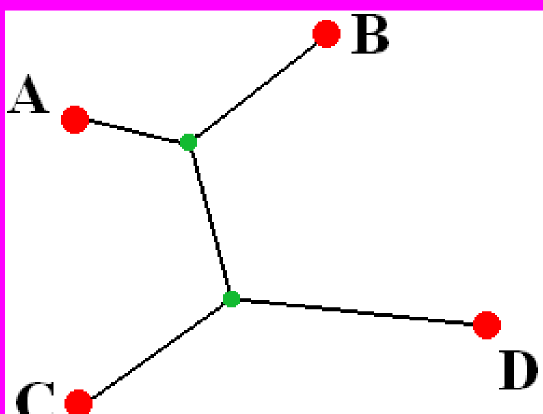
Il problema della rete stradale

Nel secolo successivo (XVIII) il problema fu generalizzato da Steiner al caso di un numero qualsiasi di punti da collegare.

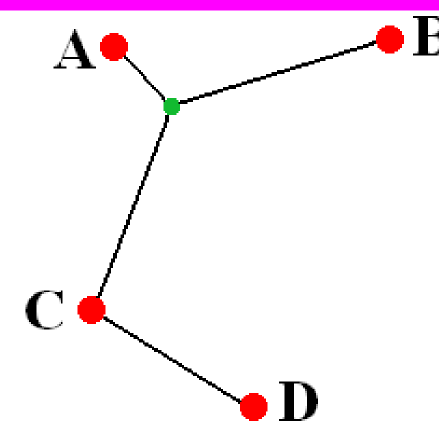
La versione più generale del problema, nella quale è consentito di utilizzare anche più di un singolo nodo, è la seguente:

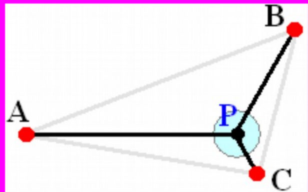
Dati n punti, trovare un sistema connesso di segmenti di minima lunghezza complessiva tale che ogni punto sia collegato con tutti gli altri.

La soluzione varia notevolmente in base alla posizione dei punti, e la complessità cresce esponenzialmente al crescere del loro numero. Una regola generale è che *non sono mai necessari più di n-2 nodi, e in ciascuno di essi si incontrano sempre tre rette che formano angoli di 120°*



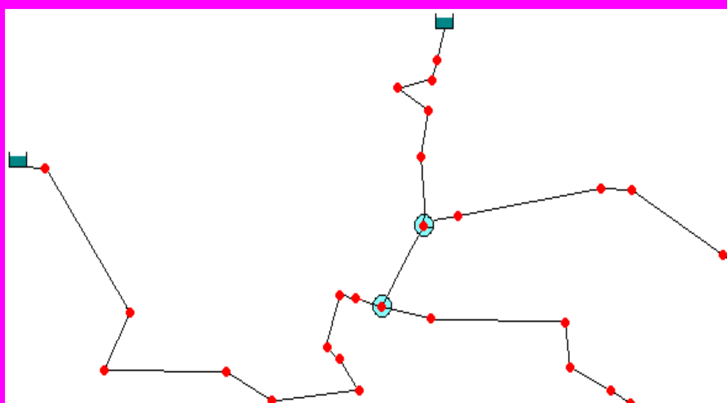
Esempi di reti stradali minime che collegano quattro città

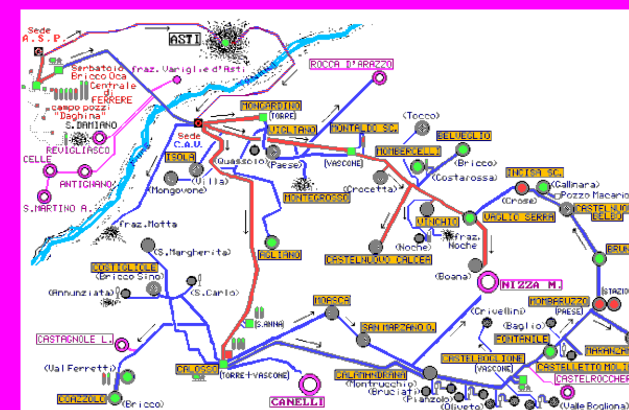


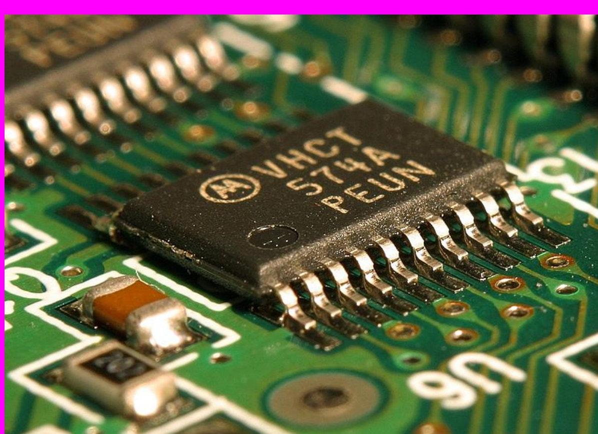


Il problema della rete stradale

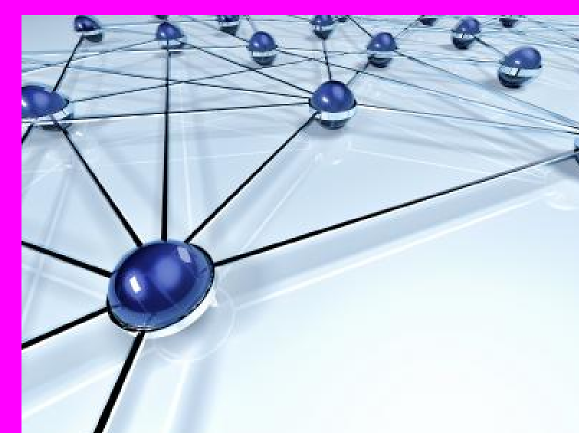
Invece che alle reti stradali, si può pensare a quelle idriche, elettriche, telefoniche, o ancora alle condutture del gas







Oppure ai grovigli di fili sottilissimi che collegano i milioni di transistor presenti su un microchip per computer



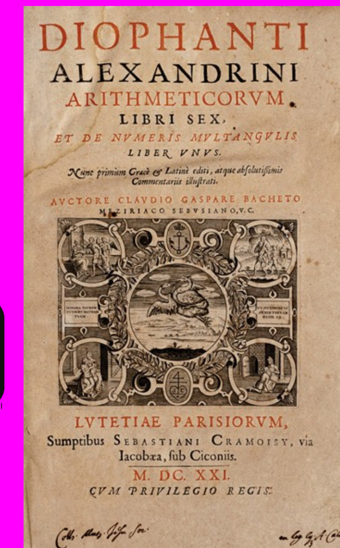
A proposito di Fermat

Un'equazione diofantea molto indagata

L'**ultimo Teorema di Fermat** afferma che, ***dato n>2, non esistono soluzioni intere positive dell'equazione***:

$$x^n + y^n = z^n$$

(Infinite soluzioni nel caso n=2: (3,4,5), (5,12,13), …….)



Diofanto di Alessandria, III d.C.

L'enunciato fu formulato nel 1637 da Fermat, che lo scrisse ai margini di una copia dell'Arithmetica di Diofanto.
E aggiunse:

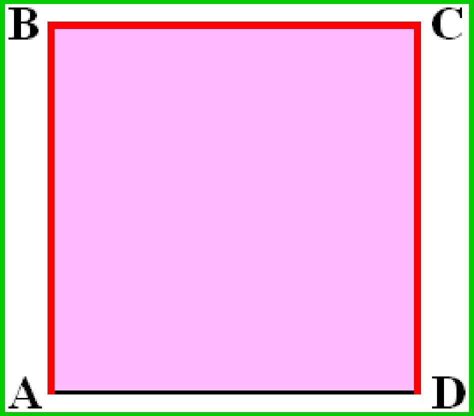
"*Dispongo di una meravigliosa dimostrazione di questo teorema, che non può essere contenuta nel margine troppo stretto della pagina*".

In seguito molti matematici hanno tentato di dimostrare il teorema

Solo nel 1994 l'inglese Andrew Wiles, dopo 7 anni di dedizione completa, riuscì finalmente a trovare una dimostrazione, che fu poi pubblicata nel 1995.
Egli dovette utilizzare elementi di matematica ed algebra moderna che Fermat non poteva conoscere.
La dimostrazione di Wiles occupa 130 pagine ed è considerata al di là della comprensione della maggior parte dei matematici di oggi. Quella che Fermat affermava d'aver trovato, ammesso che fosse corretta, era certamente diversa.
Ma quasi tutti i matematici sono dell'idea che Fermat si sia sbagliato.
La soluzione di Wiles fu premiata con numerosi premi, tra cui il Premio Wolfskehl nel 1996 e il premio Abel nel 2016.

completare

IL PROBLEMA DEL QUADRATO OPACO

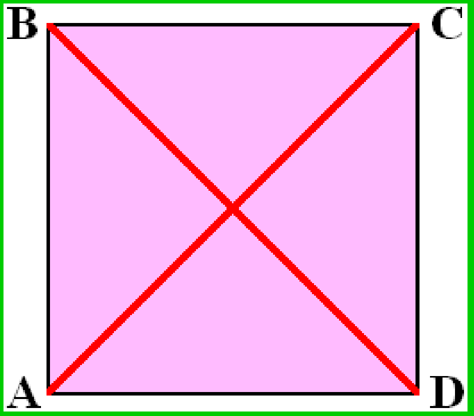


AB = BC = CD = ...

AB + BC + CD = ...

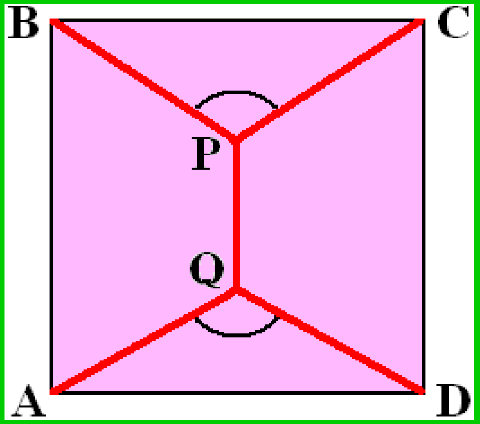
**Tutti questi quadrati hanno il lato di 100 metri.
Gli angoli indicati con l'archetto hanno ampiezza di 120°.**

Per ciascuna figura, calcola la somma delle lunghezze dei segmenti rossi



AC = BD = ...

AC + BD = ...

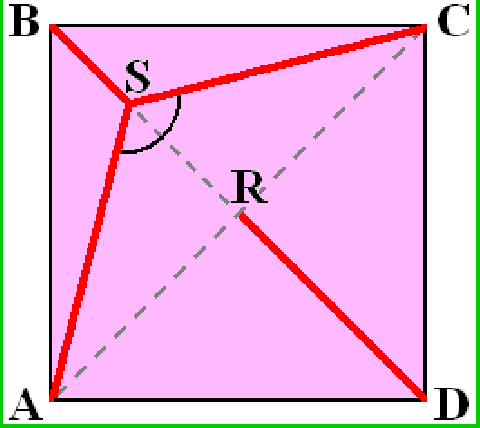


BP = CP = AQ = DQ = ...

PQ = ...

BP + CP + PQ + AQ + DQ = ...

Suggerimento: ricorda che nei triangoli rettangoli con angoli acuti di 30° e 60° il cateto minore è metà dell'ipotenusa



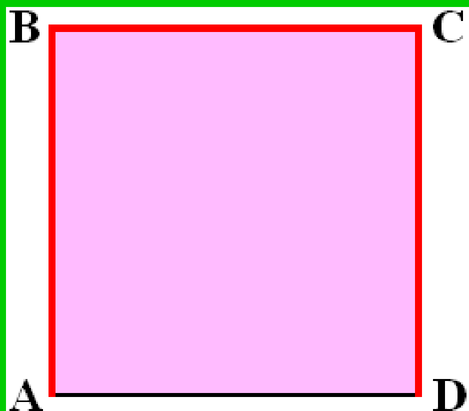
DR = ... BS = ...

AS = CS = ...

DR + BS + AS + CS = ...

risultati

IL PROBLEMA DEL QUADRATO OPACO

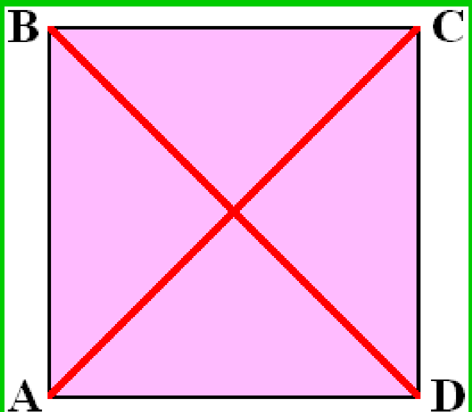


AB = BC = CD = 100

AB + BC + CD = 300

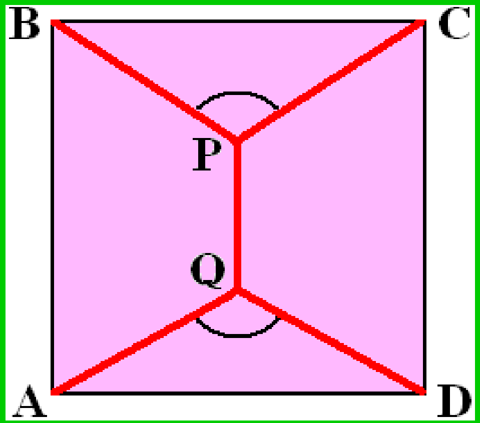
Tutti questi quadrati hanno il lato di 100 metri.
Gli angoli indicati con l'archetto hanno ampiezza di 120°.

Per ciascuna figura, calcola la somma delle lunghezze dei segmenti rossi



AC = BD = 141,41

AC + BD = 282,8

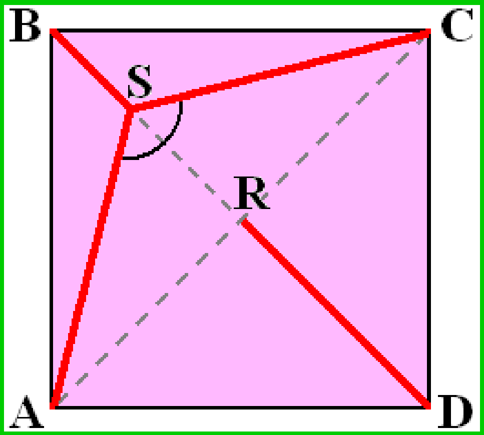


BP = CP = AQ = DQ = 57,74

PQ = 42,26

BP + CP + PQ + AQ + DQ = 273,2

Suggerimento: ricorda che nei triangoli rettangoli con angoli acuti di 30° e 60° il cateto minore è metà dell'ipotenusa



DR = 70,71 BS = 29,89

AS = CS = 81,65

DR + BS + AS + CS = 263,9

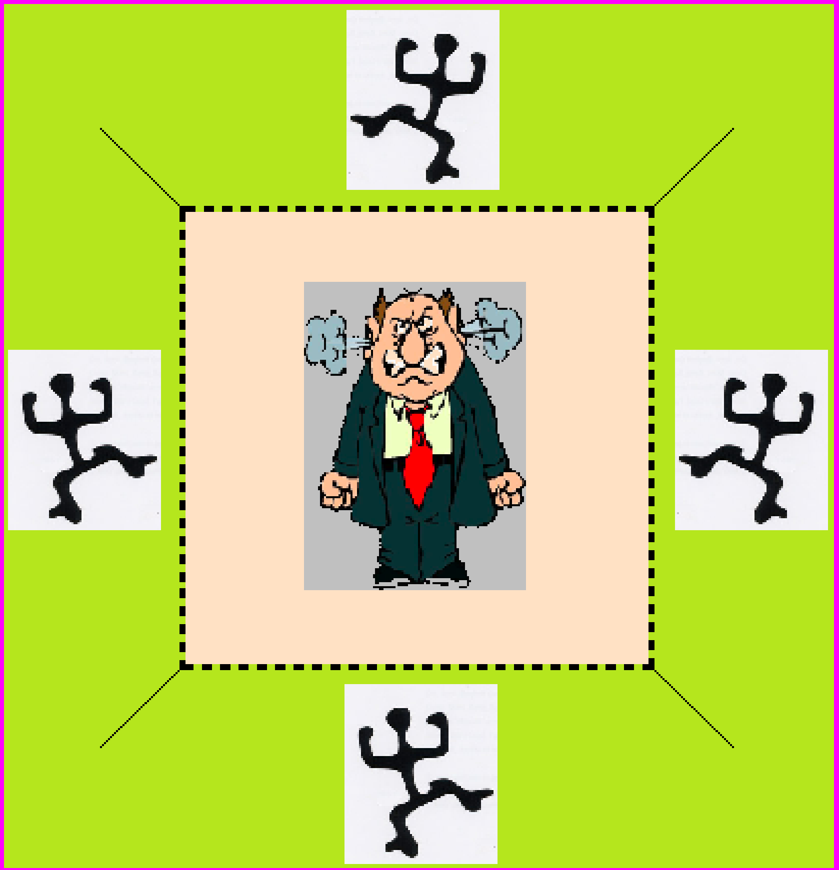
L'ottimizzazione nella storia

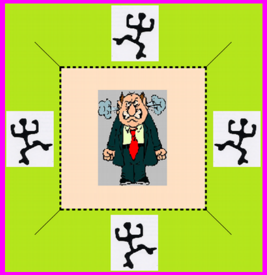
Il problema del quadrato opaco

Steiner si occupò anche del problema del quadrato opaco

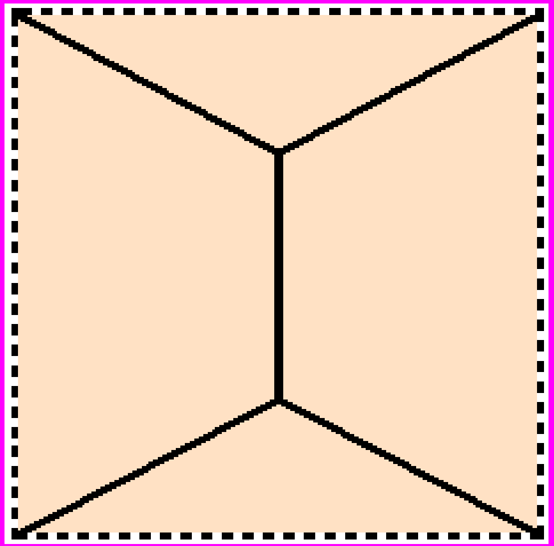
Il proprietario di un terreno di forma quadrata non vuole che i suoi quattro confinanti comunichino fra di loro attraverso la sua proprietà.

Perciò decide di costruire dei muri, cercando di ridurre al minimo i costi.



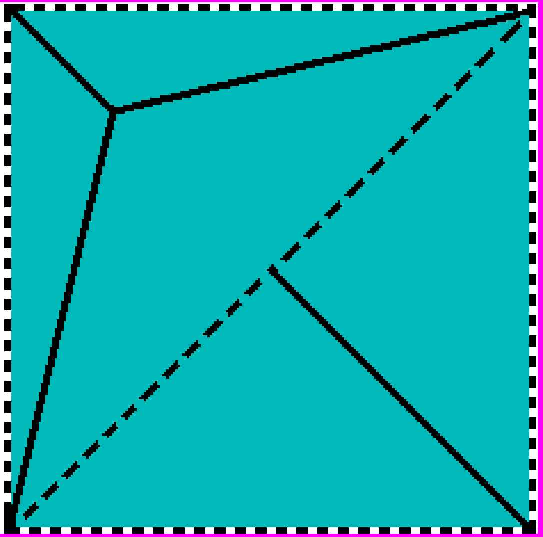


Il problema del quadrato opaco



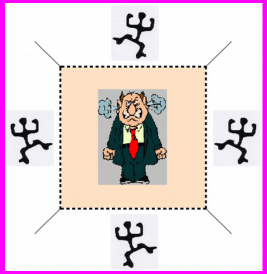
L'albero di Steiner

Steiner risolse il problema con un muro lungo circa 273 metri (in un quadrato con lati di 100 metri).



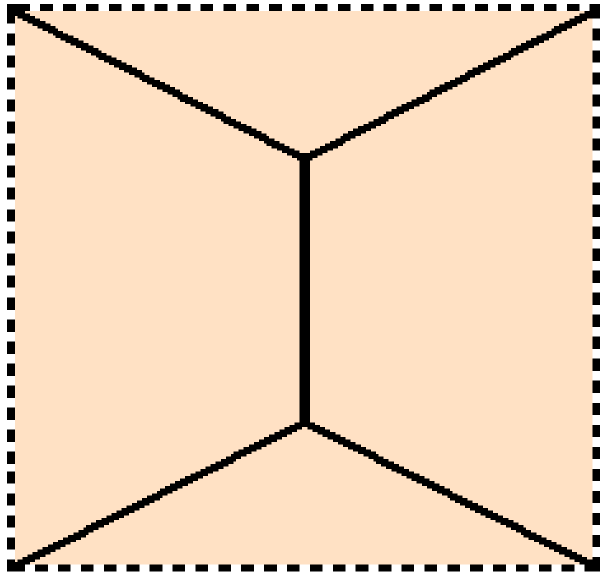
La soluzione di Poirier

Alcuni decenni dopo un insegnante di scuola secondaria, seguendo le indicazioni di alcuni suoi alunni, trovò una soluzione migliore, riducendo la lunghezza di circa 9 metri (ma con un muro non connesso). Successivamente è stato dimostrato che questa è la soluzione migliore in assoluto.

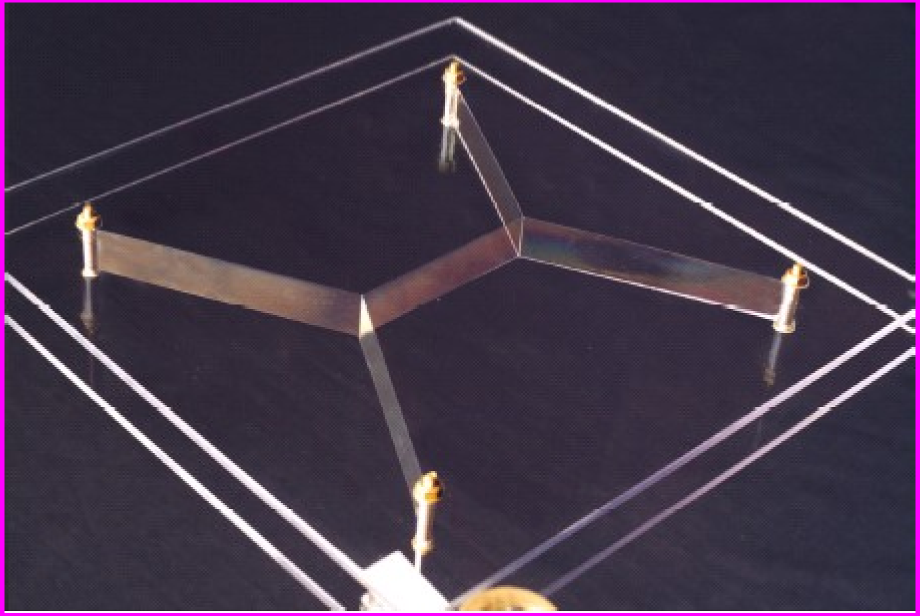


Il problema del quadrato opaco

Soluzione di Steiner per il miglior muro connesso



La natura conosce bene la soluzione



Le lamine saponose trovano il modo di congiungere i quattro pioli riducendo al minimo la tensione superficiale. Ricompaiono gli angoli di 120°

L'ottimizzazione nella storia

Le superfici minime di Plateau

Intorno alla metà del XIX secolo il fisico belga Plateau iniziò lo studio delle forme assunte dalle lamine di acqua saponata.

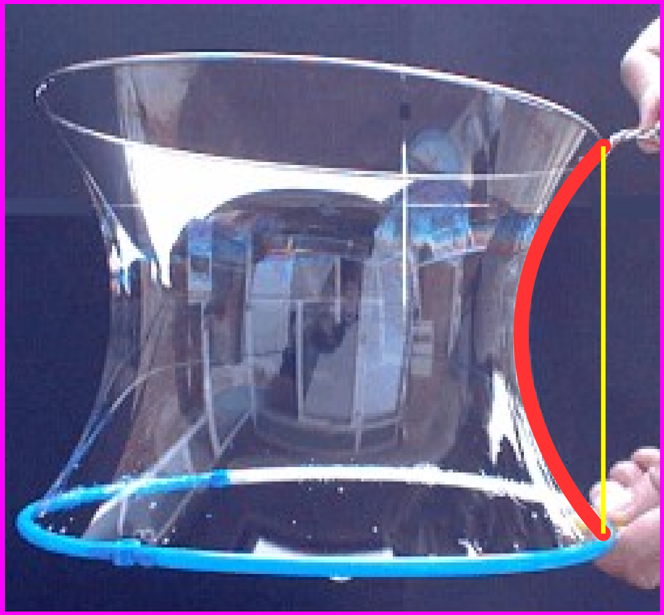
Doveva farsi aiutare da familiari ed assistenti, poiché era quasi completamente cieco.

elicoide

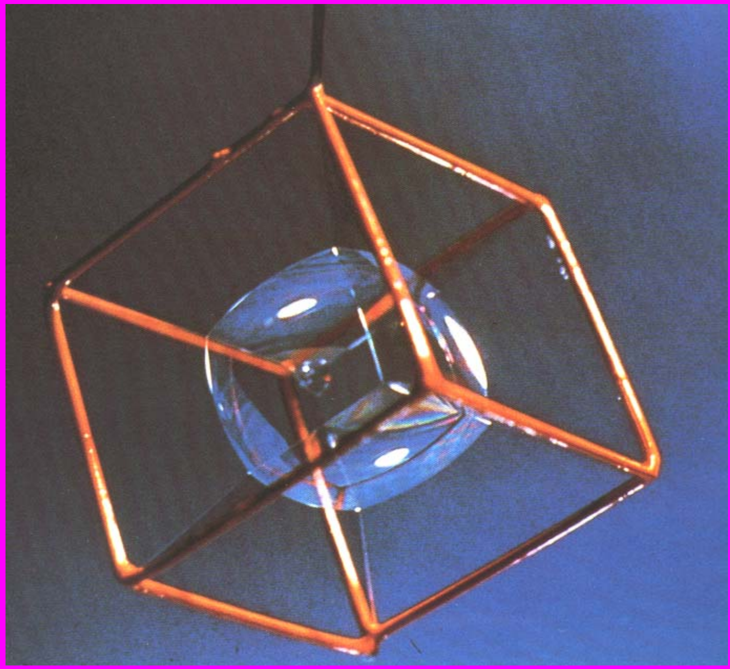
ipercubo

Una superficie fra due circonferenze

La superficie minima avente per bordo le due circonferenze non è la superficie cilindrica: il profilo laterale non è un segmento ma un arco di …. catenaria.



catenoide

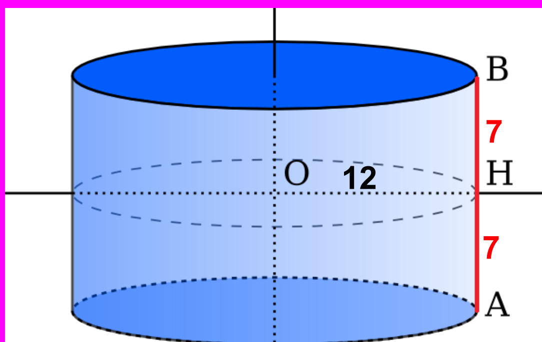


ipercubo

La catenoide

Problema. Trovare il punto C fra O ed H tale che la spezzata BCA generi la superficie minima

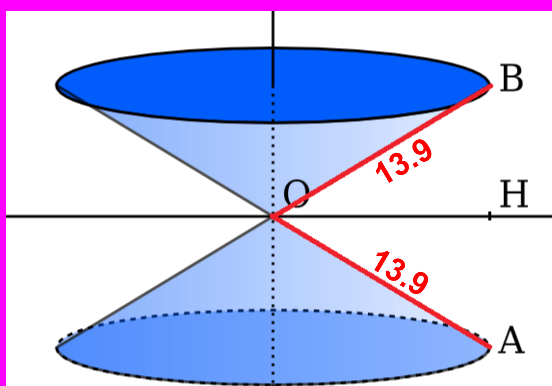
Assumiamo
BH=AH=7   OH=12



un caso possibile: C=H

Il segmento BHA genera per rotazione una superficie cilindrica

S(12)=336,0π



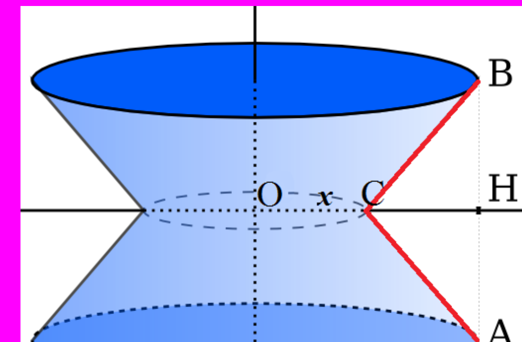
un altro caso possibile: C=O

La spezzata BOA genera una superficie conica a due falde

S(0)=333,4π

Accade a volte che segmenti più lunghi generano superfici meno estese!

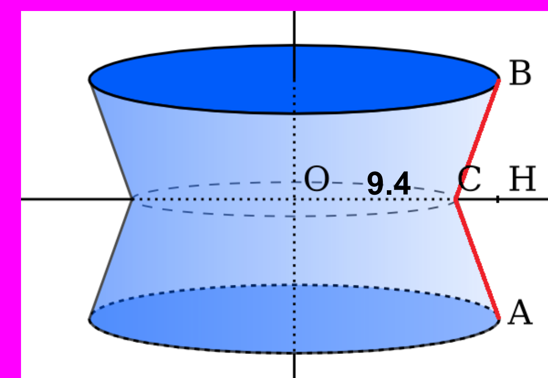
Se x è l'ascissa di C e S(x) è l'area della superficie generata, otteniamo



$$S(x) = 2\pi(12+x)\sqrt{(12-x)^2+49}$$

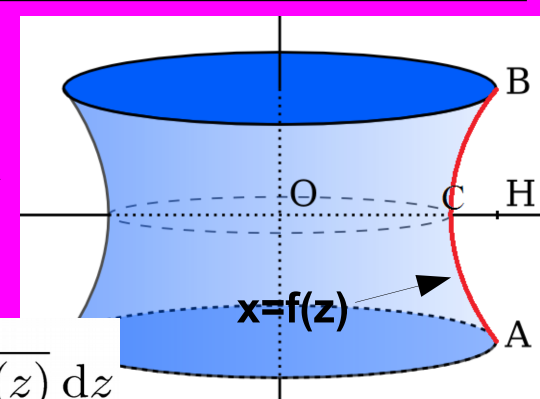
Il minimo di S(x) si ha per x= 9,4

S(9,4)=319,6π



E se invece si fa ruotare un profilo curvilineo?

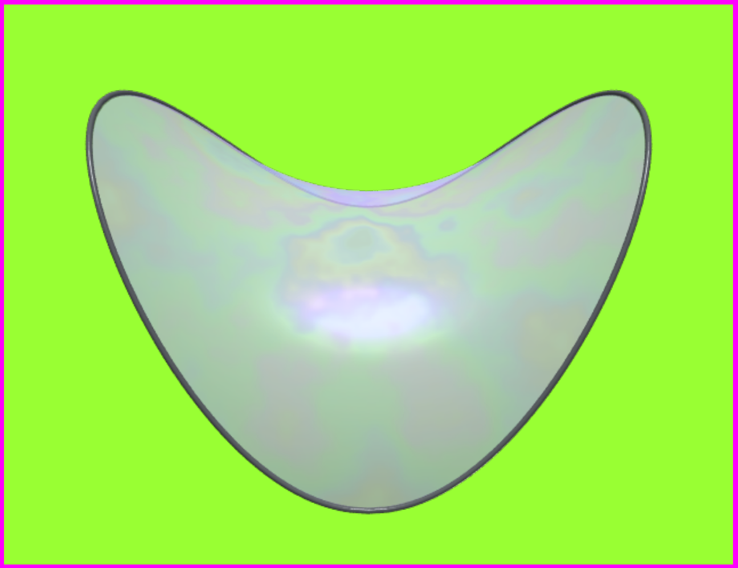
Qui si tratta di minimizzare l'area della superficie al variare della curva x=f(z)
L'area della superficie è espressa dal funzionale



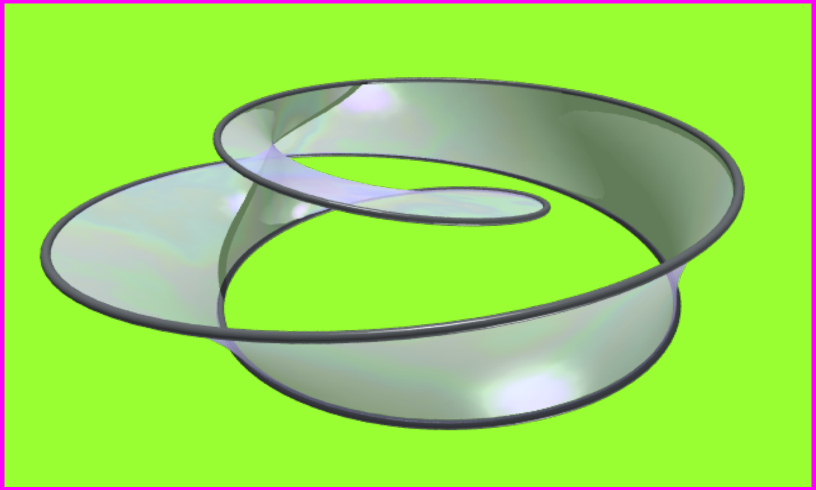
$$S(f) = 2\pi\int_{-7}^{7} f(z)\sqrt{1+(f')^2(z)}\,\mathrm{d}z$$

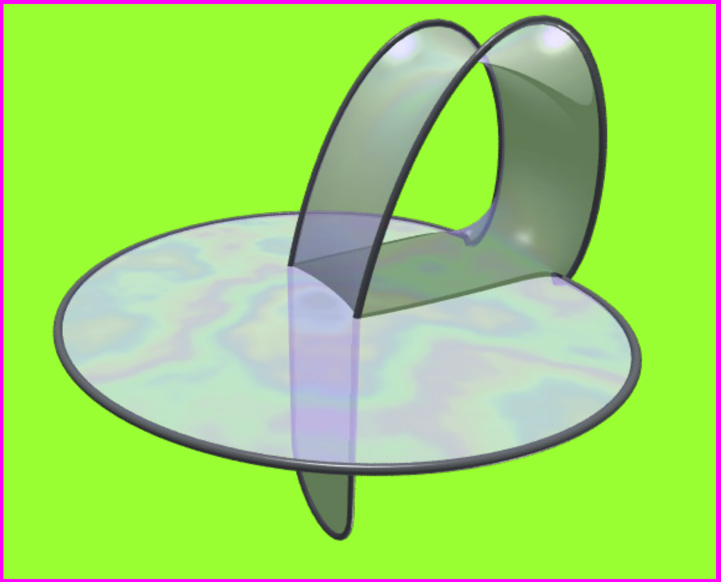
Le superfici minime di Plateau

Sfruttando le proprietà fisiche dell'acqua saponata, Plateau costruisce numerosi modelli di *superfici minime*.



Da allora il problema di trovare la superficie di area minima fra tutte quelle aventi un bordo assegnato è detto *Problema di Plateau*.





Le tensostrutture minimali di Otto Frei

L'architetto tedesco **Otto Frei**, attivo nel 1900, ha fatto grande uso delle pellicole saponose nella progettazione delle cosiddette "costruzioni leggere".

Per ottenere le superfici minimali, egli utilizzava degli aghi conficcati in una placca di plexiglas e ne collegava le estremità libere con fili sottilissimi; quindi immergeva il dispositivo in una soluzione saponata e riusciva così ad ottenere la pellicola fluida di area minima adagiata sui fili.

Nelle costruzioni reali si trattava poi di sostituire gli aghi con piloni di sostegno, i fili con cavi di acciaio e la pellicola fluida con una **tensostruttura** in materiale sintetico trasparente.

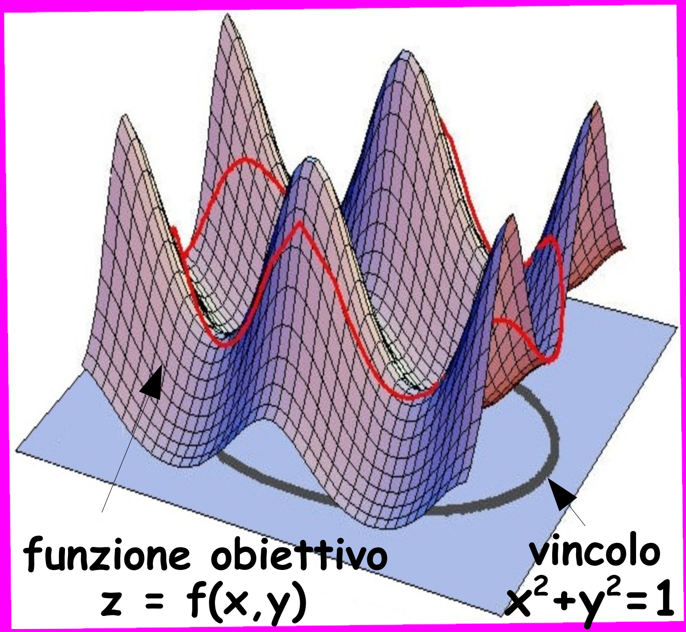
Padiglione della Germania Ovest Expo '67 di Montreal

Copertura dello Stadio Olimpico Monaco di Baviera.

L'ottimizzazione nella storia

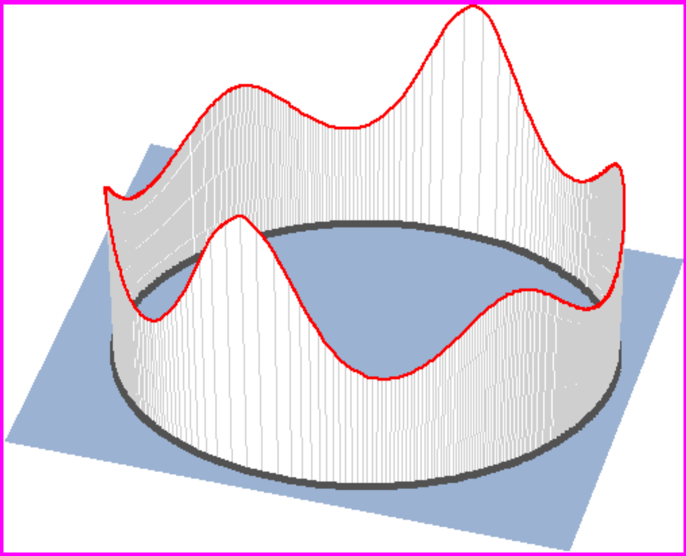
Massimi e minimi vincolati

Nel secolo XIX si sviluppa il **metodo dei moltiplicatori di Lagrange** per il calcolo dei **punti di minimo e di massimo vincolati**.



Il problema è quello di calcolare il minimo ed il massimo dei valori assunti ad esempio da una funzione di 2 variabili su una curva contenuta nel dominio della funzione.

Il metodo fu introdotto da Lagrange alla fine del XVIII secolo e si sviluppò ampiamente nel secolo successivo.



Nel caso quadridimensionale, la funzione obiettivo dipende da tre variabili, *t = f(x,y,z)*, e il vincolo può essere una curva o una superficie.

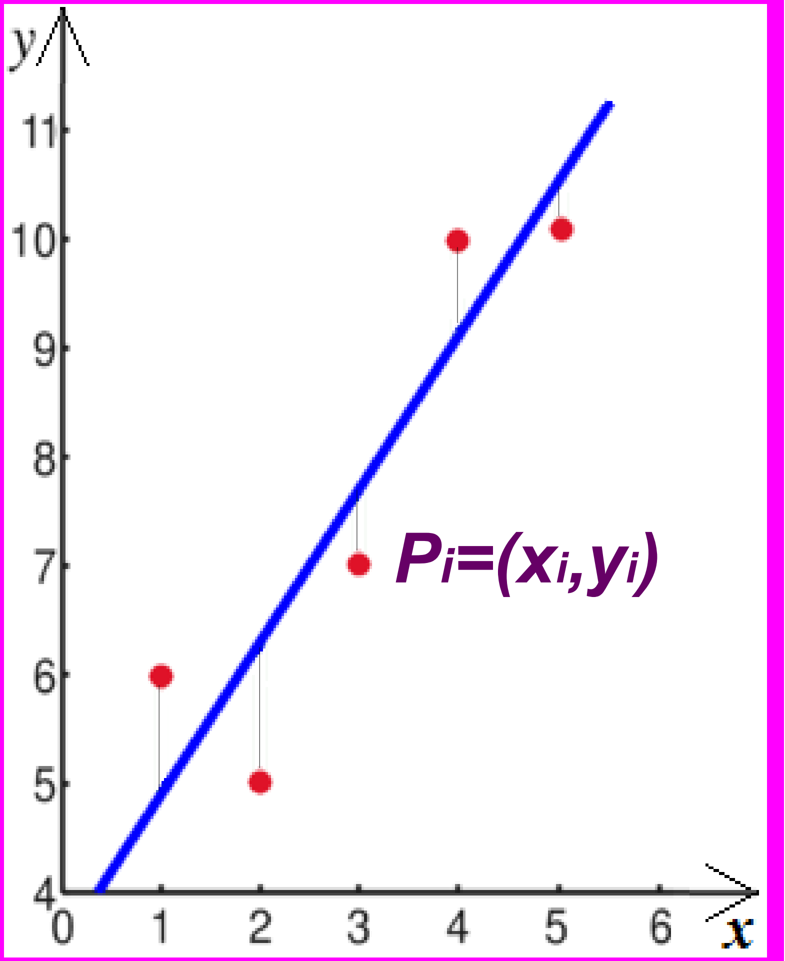
Il problema si generalizza al caso di funzioni di *n* variabili su varietà *k*-dimensionali, con *k*<*n*.

L'ottimizzazione nella storia

La retta dei minimi quadrati

Nel secolo XIX si sviluppa anche il **metodo dei minimi quadrati** per il calcolo della retta che meglio di ogni altra si adatta a rappresentare una nuvola di punti assegnati nel piano.

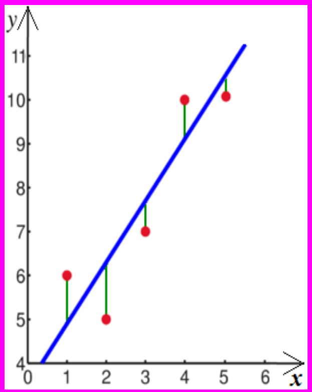
I punti siano n, di coordinate (x_i, y_i).
La retta cercata è $y = mx+q$, dove le incognite sono m e q.



L'idea è quella di minimizzare la somma dei quadrati delle distanze verticali punto-retta.

$$S(m,q) = \sum_{i=1}^{n} (mx_i + q - y_i)^2$$

La retta dei minimi quadrati

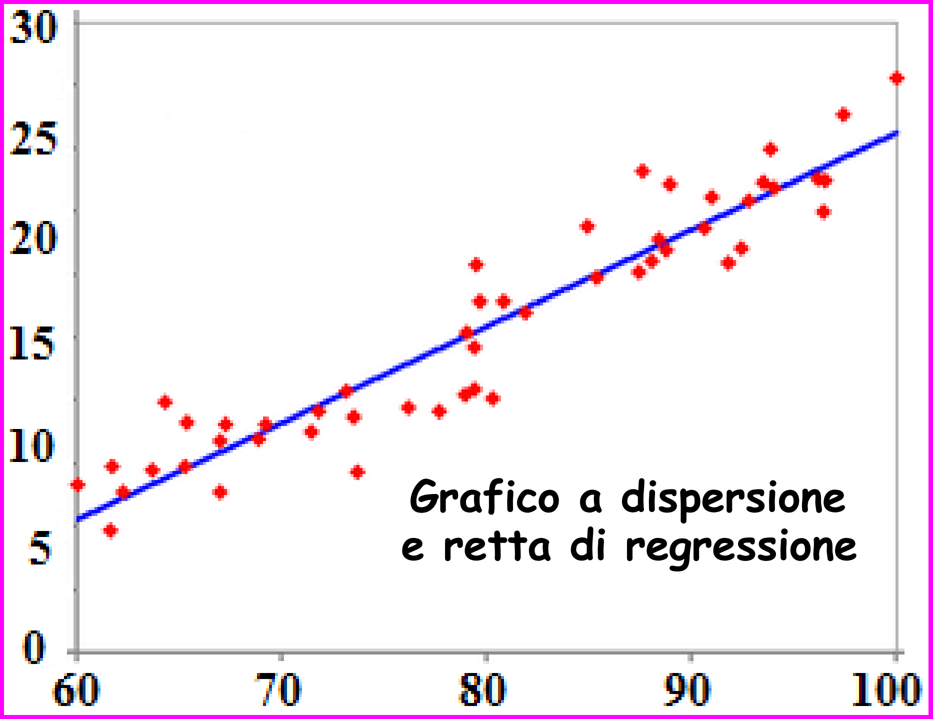


Ad esempio, dopo che sono stati assegnati i punteggi al test d'ingresso alla Facoltà di Scienze, si vuole stabilire se esiste una *correlazione* fra il punteggio del test e il voto di maturità.

Ogni studente viene rappresentato da un punto le cui coordinate sono il voto di maturità e il punteggio del test. Se la retta dei minimi quadrati si "adatta bene" alla nuvola dei dati, si conclude che le due valutazioni sono in sintonia.

La retta dei minimi quadrati è chiamata anche *retta di regressione*.

Nel XIX alcuni biologi accertarono mediante un'indagine statistica che la progenie di individui eccezionali (ad esempio troppo alti o troppo bassi) tende a presentare caratteristiche meno accentuate di quelle dei genitori. Francis Galton (cugino di Darwin) chiamò tale fenomeno *regressione* verso la media.

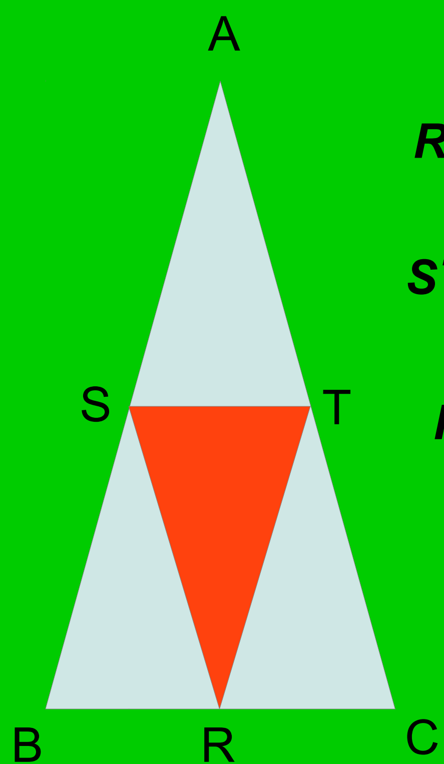


TRIANGOLI INSCRITTI IN UN TRIANGOLO

completare

E' dato il triangolo ABC, con $AB=AC=25$ e $BC=14$

Calcola il perimetro del triangolo avente come vertici i punti medi dei lati del triangolo dato



RS **= . . . .**

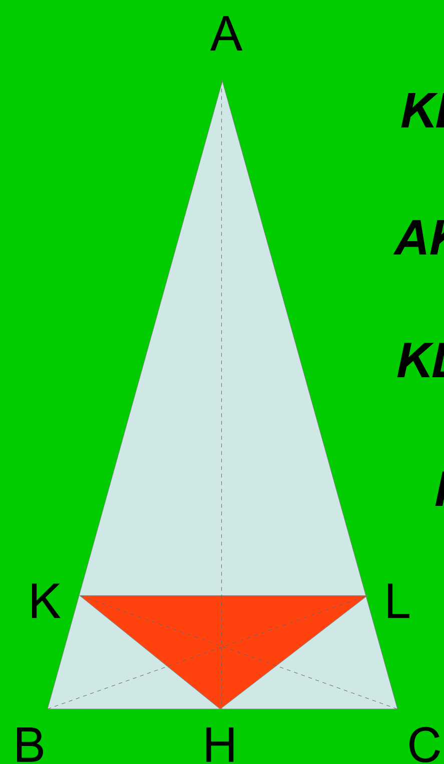
ST **= . . . .**

RT **= . . . .**

P = ...

Calcola il perimetro del triangolo avente come vertici i piedi delle altezze del triangolo dato

Si consideri acquisito il fatto che gli angoli *BHK* e *BAC* sono uguali



KB **= . . . .**

AK **= . . . .**

KL **= . . . .**

HK **= . . . .** ***HL*** **= . . . .**

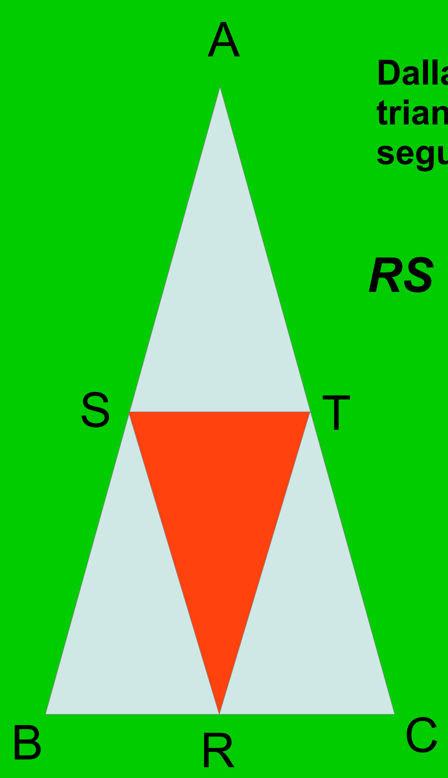
P = ...

TRIANGOLI INSCRITTI IN UN TRIANGOLO

risultati

E' dato il triangolo *ABC*, con *AB*=*AC*=25 e *BC*=14

Calcola il perimetro del triangolo avente come vertici i punti medi dei lati del triangolo dato



Dalla similitudine dei triangoli RST e ABC segue

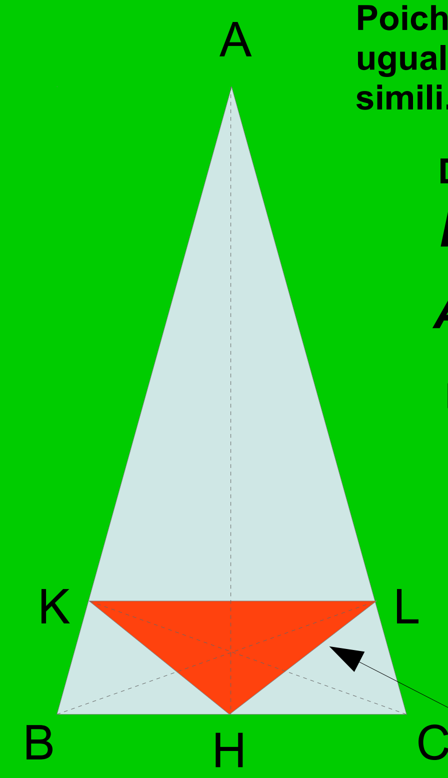
RS = RT = 25/2 = 12,5

ST = 7

P = 32

Calcola il perimetro del triangolo avente come vertici i piedi delle altezze del triangolo dato

Si consideri acquisito il fatto che gli angoli *BHK* e *BAC* sono uguali



Poiché gli angoli *BHK* e *BAC* sono uguali, i triangoli *BHK* e *BAC* sono simili.

Da KB : BH = BC : AB segue

KB = 3,92

AK = AB - KB = 21,08

Da BC : KL = AB : AK segue

KL = 11,80

HK = HB = 7 ***HL = 7***

P = 25,8

triangolo ortico

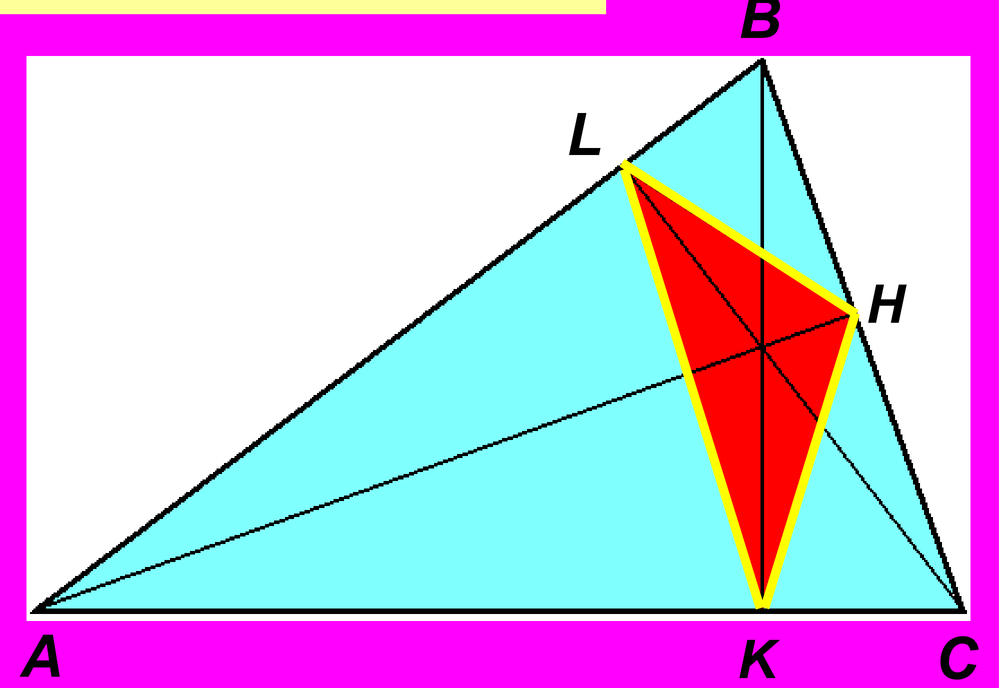
L'ottimizzazione nella storia

Il problema del triangolo di minimo perimetro

Dato un triangolo acutangolo, qual è il triangolo di perimetro minimo che si può inscrivere in esso?

Il problema fu risolto da Hermann Schwarz intorno alla fine del 1800:

Il triangolo di perimetro minimo è il triangolo ortico, cioè quello avente come vertici i piedi delle altezze del triangolo assegnato

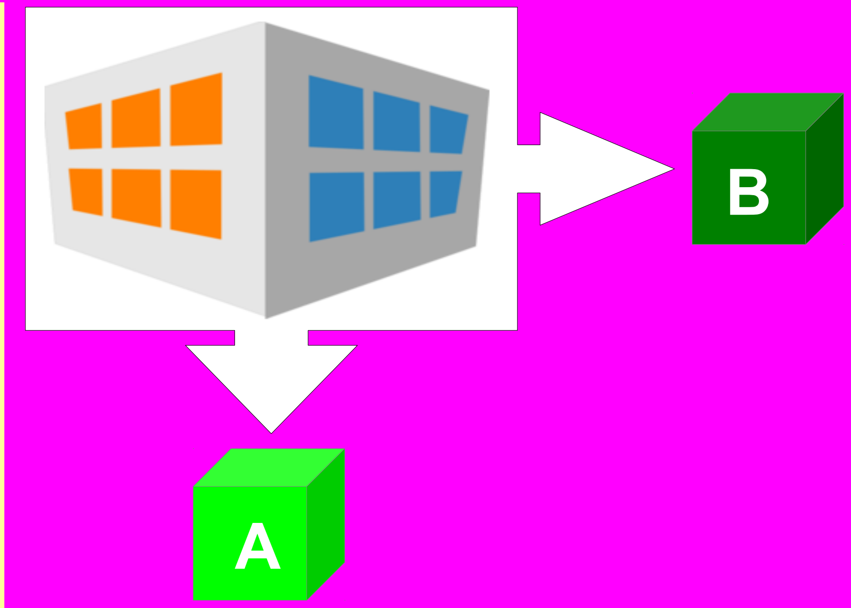


Immaginiamo che i lati del triangolo *ABC* siano specchi.
Il triangolo ortico è l'unico *triangolo di luce* inscritto nel triangolo dato, cioè l'unico percorso chiuso che un raggio di luce può compiere toccando una sola volta ogni specchio

L'ottimizzazione nella storia

La programmazione lineare

Un'impresa produce un articolo in due modelli, A e B, che richiedono entrambi sia del Lavoro–Operaio sia del Lavoro–Macchina.
Il modello A richiede 40 minuti di Lavoro–Operaio e 12 minuti di Lavoro–Macchina; il modello B richiede 30 minuti di Lavoro–Operaio e 24 minuti di Lavoro–Macchina.
In una giornata lavorativa sono disponibili 200 ore di Lavoro-Operaio e 95 ore di Lavoro-Macchina.
Il profitto è di 9 euro per il prodotto di tipo A e di 10 euro per il prodotto di tipo B.



Si vuol sapere quanti pezzi del modello A e quanti pezzi del modello B l'azienda deve produrre giornalmente per avere il massimo profitto.

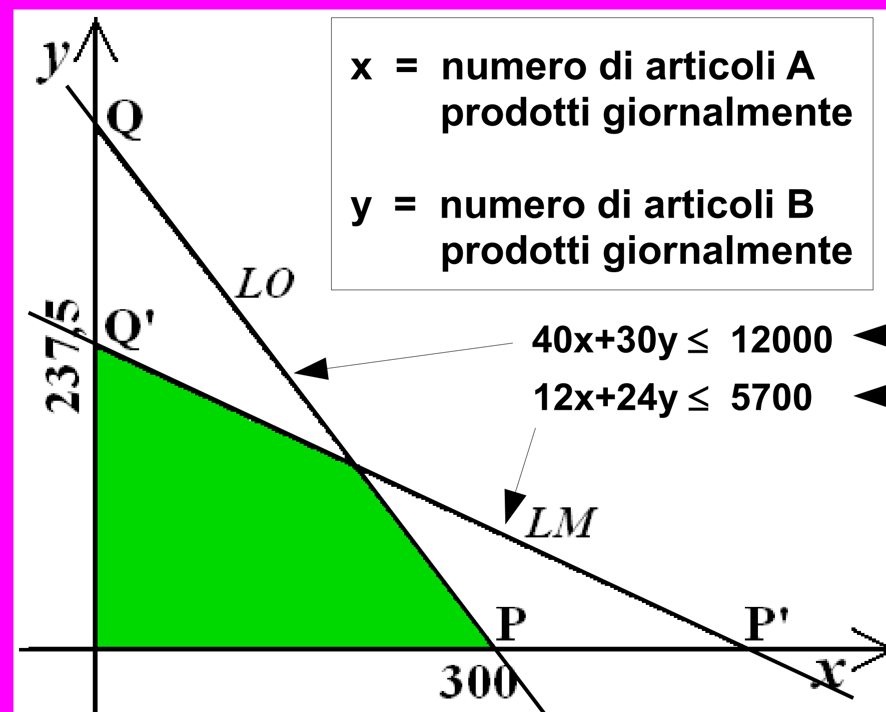
La programmazione lineare

	L.O.	L.M.	Profitto
disponibilità in minuti	12.000	5.700	
A	40	12	9
B	30	24	10

Il problema è quello di determinare la combinazione (x;y) che rende massimo il valore della ***funzione obiettivo***

$$P(x;y) = 9x + 10y$$

al variare di x ed y nella ***regione ammissibile***



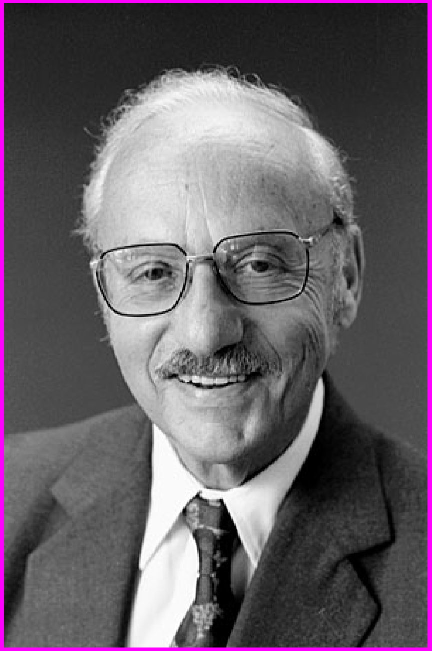
La funzione obiettivo è un polinomio di 1° grado in due variabili e la regione ammissibile è un poligono convesso

La programmazione lineare

I primi passi nel campo della programmazione lineare furono compiuti da un giovane professore di Leningrado, Leonid V. Kantorovich (1912-1996), che nel 1936 fu contattato da un'azienda produttrice di legno compensato con la richiesta di ottimizzare l'uso del macchinario.

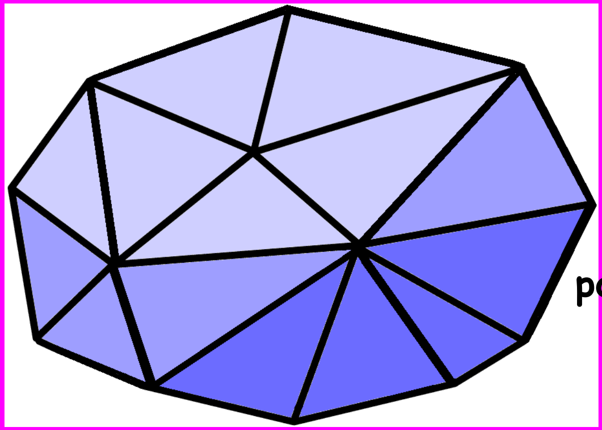
Ma il vero fondatore della programmazione lineare è considerato George B. Dantzig (1914-2005), che durante la seconda guerra mondiale fu al servizio dell'Aeronautica Militare degli Stati Uniti.

Di lui si narra che, all'età di 24 anni, dottorando a Berkeley, una mattina arrivò in aula con pochi minuti di ritardo, durante i quali il prof aveva scritto alla lavagna quattro importanti problemi di statistica ancora insoluti. Il giovane Dantzig pensò che quei problemi fossero compiti per casa e fece in tempo ad annotarne due, che nel giro di pochi giorni riusci a risolvere in maniera completa.



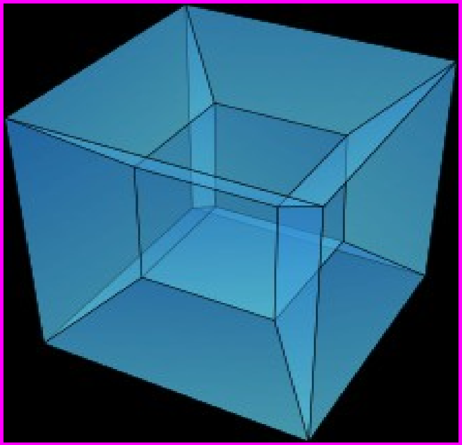
PROGRAMMAZIONE LINEARE CON PIU' DI DUE VARIABILI

Se il **numero delle variabili** sale da due a **tre**, la regione ammissibile non è un poligono del piano ma un **poliedro** dello spazio tridimensionale



poliedro

Se il **numero delle variabili** sale a **quattro o più**, la regione ammissibile è un **ipersolido** dello spazio a quattro o più dimensioni, chiamato ***polìtopo***, che non possiamo rappresentare nello spazio fisico da noi percepito



modello di ipersolido

Quando il numero delle variabili e dei vincoli è molto elevato, la risoluzione del problema richiede un'enorme quantità di calcoli. Dantzig nel 1947 scoprì un metodo, il *metodo del simplesso*, che consente di abbreviare notevolmente il lavoro.

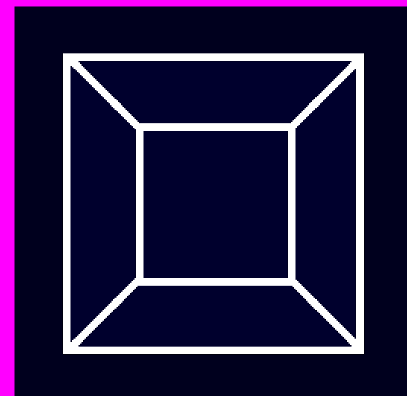
Il metodo del simplesso è considerato uno degli algoritmi più importanti del XX secolo.

DAL CUBO ALL'IPERCUBO

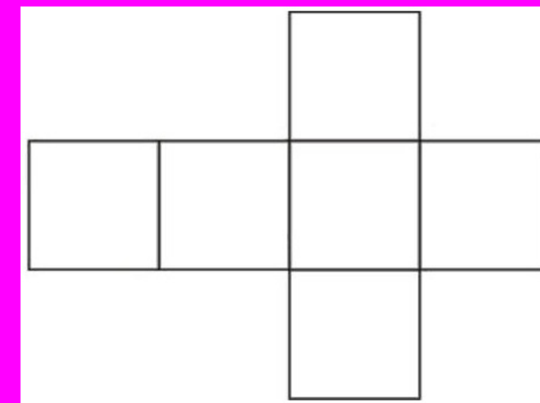
C
U
B
O

TRI
DI
MEN
SIO
NA
LE

immagine reale



modello bidimensionale
faccia vicina: quadrato grande
faccia lontana: quadrato piccolo
altre 4 facce: trapezi

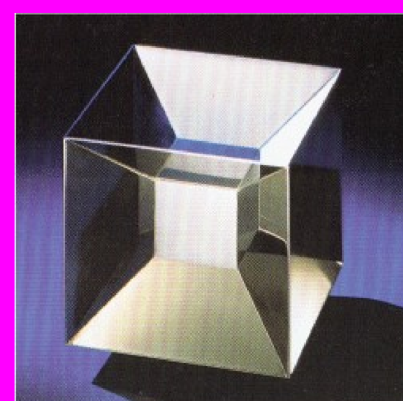


sviluppo in due dimensioni
della superficie del cubo
(sei facce quadrate)

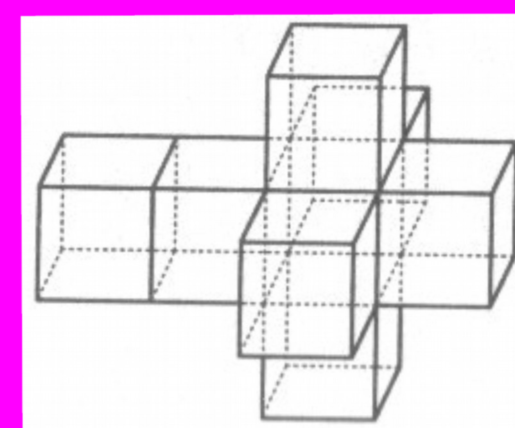
C
U
B
O

QUA
DRI
DI
MEN
SIO
NA
LE

immagine reale



modello tridimensionale
faccia vicina: cubo grande
faccia lontana: cubo piccolo
Altre 6 facce: tronchi di piramide



sviluppo in tre dimensioni
della ipersuperficie dell'ipercubo
(otto facce cubiche)

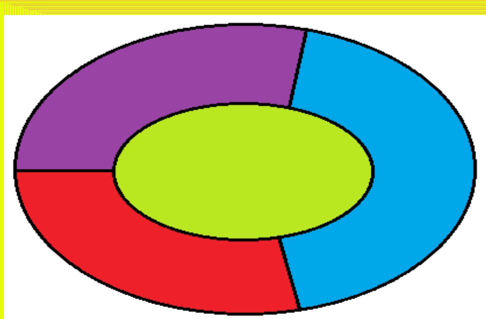
L'ottimizzazione nella storia

Il teorema dei quattro colori

Qual è il numero minimo di colori che consentono di colorare una qualsiasi cartina geopolitica facendo in modo che due stati adiacenti siano distinti da colorazioni diverse?

Il problema fu proposto a De Morgan nel 1852 dal giovane Francis Guthrie, il quale, mentre stava colorando una mappa delle 49 contee britanniche, si era reso conto di dover usare almeno quattro colori.

Oggi sappiamo che quattro colori sono anche sempre sufficienti

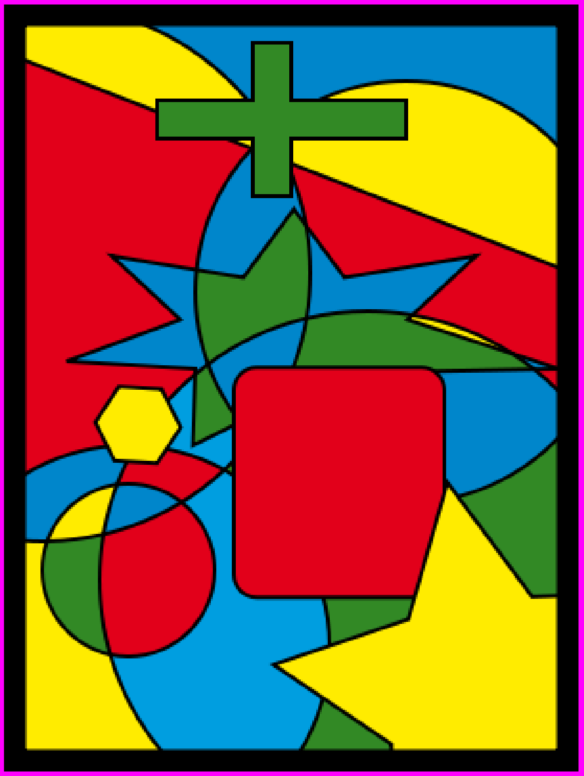


Questa cartina dimostra che tre colori non possono bastare: ogni regione confina con ciascuna delle rimanenti tre

La prima presunta dimostrazione fu formulata nel 1879 da Alfred Kempe; l'anno seguente Peter Tait annunciò di averne trovata un'altra.
Undici anni dopo, entrambe le dimostrazione furono riconosciute errate.

Il teorema dei quattro colori

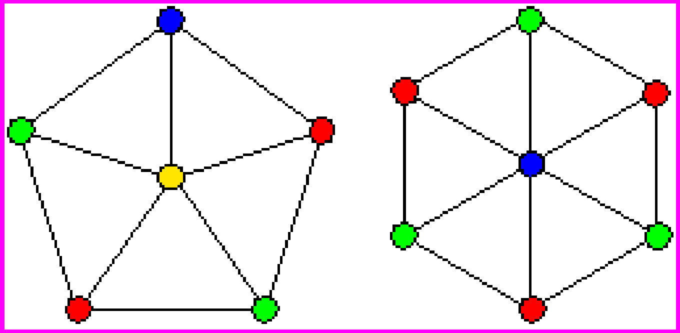
La dimostrazione definitiva arriva nel 1977 ad opera di Kenneth Appel e Wolfgang Haken, due matematici dell'Università dell'Illinois che hanno utilizzato un complesso algoritmo informatico.



Per evitare errori, il programma è stato eseguito su due diverse macchine con due algoritmi indipendenti.
Il lavoro dei computer è durato 50 giorni senza interruzioni.
Sono servite più di 500 pagine per trascrivere a mano tutte le verifiche effettuate dalle macchine.

Il rivoluzionario utilizzo di algoritmi informatici ha scatenato grandi polemiche non solo sulla affidabilità di questi metodi ma anche sul concetto stesso di dimostrazione.

Infine, nel 2000, Ashay Dharwadker ha proposto una nuova dimostrazione del teorema che richiede l'utilizzo della teoria dei grafi.



grafi colorati

Progetto Lauree Scientifiche

Magie, 25 gennaio 2017

OTTIMIZZAZIONE
E DINTORNI

Cosimo De Mitri

- FINE TERZA PARTE-

Universita' del Salento

Dipartimento di Matematica e Fisica
"Ennio De Giorgi"