

Problema di Cauchy

Equazione differenziale omogenea non lineare

Risolvere il seguente problema di Cauchy⁽¹⁾

$$\begin{cases} y'' \cdot y^2 + y' = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = 1 \end{cases}$$

Elaborazioni

Premessa

Considerato che la curva integrale soluzione del problema indicato in un sistema di riferimento xOy del piano cartesiano deve passare per il punto (0;1) possiamo pensare di risolvere l'equazione nel semipiano cartesiano $y > 0$ (insieme aperto).

- 1) L'equazione differenziale si può porre nella seguente forma equivalente

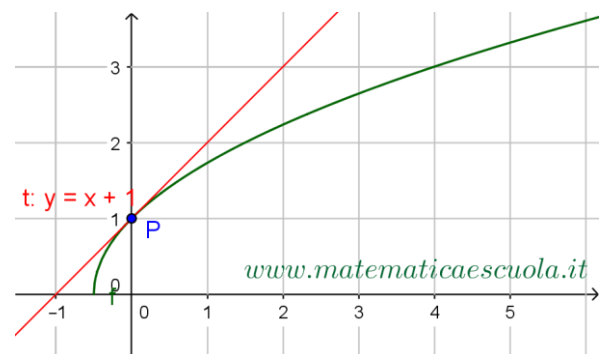
$$y'' = -\frac{y'}{y^2} \quad (1.1)$$

- 2) La funzione di due variabili $f(y; y') = -\frac{y'}{y^2}$, con $y > 0$ e per ogni y' , è continua e dotata di derivate parziali prime continue (è di classe C^1).
- 3) Introduciamo la funzione $z(y) = y'(x)$
- 4) ...

Conclusione – La soluzione del problema di Cauchy in esame è la funzione $y = \sqrt{2x+1}$.

Verifica

...



⁽¹⁾ Esercizio assegnato nella prova d'esame di Analisi Matematica II, CdL in Ingegneria dell'Informazione, Lecce, 13-02-2013