Equazioni di secondo grado

Risoluzione con il completamento del quadrato di un binomio

Esercizi proposti

1) $x^2+3x+2=0$ $\quad S=\{-2;-1\}$

2) $x^2+5x+4=0$ $\quad S=\{-4;-1\}$

3) $x^2-14x+24=0$ $\quad S=\{2;12\}$

4) $6x^2-13x+6=0$ $\quad S=\left\{\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right\}$

5) $2x^2+5x+2=0$ $\quad S=\left\{-2;-\frac{1}{2}\right\}$

6) $2x^2-8x+7=0$ $\quad S=\left\{\frac{4-\sqrt{2}}{2};\frac{4+\sqrt{2}}{2}\right\}$

7) $x^2-4x-7=0$ $\quad S=\left\{2-\sqrt{11};2+\sqrt{11}\right\}$

8) $4x^2-10x-3=0$ $\quad S=\left\{\frac{5-\sqrt{37}}{4};\frac{5+\sqrt{37}}{4}\right\}$

9) $5x^2+20x+9=0$ $\quad S=\left\{\frac{-10-\sqrt{55}}{5};\frac{-10+\sqrt{55}}{5}\right\}$

10) $3x^2-x-1=0$ $\quad S=\left\{\frac{1-\sqrt{13}}{6};\frac{1+\sqrt{13}}{6}\right\}$

Elaborazioni

1) $x^2+3x+2=0 \rightarrow \left(x^2+3x\right)+2=0 \rightarrow \left(x^2+3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+2=0 \rightarrow \left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{9}{4}+2=0 \rightarrow \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4} \rightarrow$

$x+\frac{3}{2}=\pm\sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow x=-\frac{3}{2}\pm\frac{1}{2} \rightarrow x_1=-\frac{4}{2}=-2; x_2=-\frac{2}{2}=-1$

2) Si lascia come esercizio al lettore.

3) $x^2-14x+24=0 \rightarrow \left(x^2-14x\right)+24=0 \rightarrow \left(x^2-14x+7^2-7^2\right)+24=0 \rightarrow \left(x-7\right)^2=25 \rightarrow x=7\pm5 \rightarrow x_1=2; x_2=12$

4) $6x^2-13x+6=0 \rightarrow 6\left(x^2-\frac{13}{6}x\right)+6=0$

Cerchiamo il quadrato del binomio della forma $(x\text{-}m)^2$. Il termine del doppio prodotto -2mx deve valere -13x/6, quindi deve essere m=13/12. Sommiamo e sottraiamo m^2 all'espressione in parentesi. Procediamo.

$6\left(x^2-\frac{13}{6}x+\frac{13^2}{12^2}-\frac{13^2}{12^2}\right)+6=0 \rightarrow 6\left(x^2-\frac{13}{6}x+\frac{13^2}{12^2}\right)-\cancel{6}\cdot\frac{169}{\cancel{12}_2\cdot 12}+6=0 \rightarrow 6\left(x-\frac{13}{12}\right)^2=\frac{169}{24}-6 \rightarrow \left(x-\frac{13}{12}\right)^2=\frac{169-144}{6\cdot 24} \rightarrow$

$x-\frac{13}{12}=\pm\sqrt{\frac{25}{144}} \rightarrow x=\frac{13}{12}\pm\frac{5}{12}$. Le due radici dell'equazione sono $x_1=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$, $x_2=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$.

5) Si lascia come esercizio al lettore.

6) $2x^2-8x+7=0 \rightarrow 2\left(x^2-4x\right)+7=0 \rightarrow 2\left(x^2-4x+4-4\right)+7=0 \rightarrow 2\left(x-2\right)^2-8+7=0 \rightarrow \left(x-2\right)^2=\frac{1}{2} \rightarrow x=2\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$,

quindi $x_1=2-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x_2=2+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

7) $x^2-4x-7=0 \to \left(x^2-4x+4-4\right)-7=0 \to \left(x-2\right)^2=11 \to x-2=\pm\sqrt{11}$; quindi $x_1=2-\sqrt{11}$, $x_2=2+\sqrt{11}$

8) $4x^2-10x-3=0 \to 4\left(x^2-\frac{10}{4}x\right)-3=0 \to 4\left(x^2-\frac{5}{2}x\right)-3=0$

Cerchiamo il quadrato del binomio della forma $(x\text{-}m)^2$; per il termine del doppio prodotto deve valere l'uguaglianza

$-2mx=-\frac{5}{2}x$, quindi deve risultare $m=\frac{5}{4}$,

perciò nell'espressione in parentesi sommiamo e sottraiamo $(5/4)^2$. Procediamo:
$4\left(x^2-\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}-\frac{25}{16}\right)-3=0 \to 4\left(x-\frac{5}{4}\right)^2-\frac{25}{4}-3=0 \to 4\left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{37}{4} \to \left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{37}{16} \to x-\frac{5}{4}=\pm\frac{\sqrt{37}}{4}$, da cui $x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{4}$.

9) $5x^2+20x+9=0 \to 5\left(x^2+4x\right)+9=0 \to 5\left(x^2+4x+4-4\right)+9=0 \to 5\left(x+2\right)^2-20+9=0 \to \left(x+2\right)^2=\frac{11}{5} \to x=-2\pm\frac{\sqrt{55}}{5}$

10) Si lascia come esercizio al lettore.