

## Esercitazione proposta

### Sulla Fattorizzazione di Polinomi

### e sulla Semplificazione di Frazioni Algebriche

#### Prima parte - Fattorizzazione

Scomporre in fattori i polinomi che seguono

- |  |   |
|--|---|
| 1. $a^3 - 2a^2b + ab^2$  | R: $a(a-b)^2$                                     |
| 2. $a^2 - b^2 + a - b$   | R: $(a-b)(a+b+1)$                                 |
| 3. $a^4 - b^2$   | R: $(a^2+b)(a^2-b)$                               |
| 4. $a^4b - b^5$  | R: $b(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$                         |
| 5. $x^3 - xy^2$  | R: $x(x+y)(x-y)$                                  |
| 6. $x^4 - x$   | R: $x(x-1)(x^2+x+1)$                              |
| 7. $x^6 + y^3$   | R: $(x^2+y)(x^4-x^2y+y^2)$                        |
| 8. $x^5 - x^2y^6$  | R: $x^2(x-y^2)(x^2+xy^2+y^4)$                     |
| 9. $ax^2 + axy - x^2 - xy$   | R: $a(x+y)(a-1)$                                  |
| 10. $x^5y^2 + 4x^3y^2 + 4xy^2$                                       | R: $xy^2(x^2+2)^2$                                |
| 11. $x^4y^8 - 8x^2y^4 + 16$  | R: $(xy^2+2)^2(xy^2-2)^2$                         |
| 12. $ax^3 - ay^3 + bx^3 - by^3$                                      | R: $(a+b)(x-y)(x^2+xy+y^2)$                       |
| 13. $100 - 2x^2 + 0,01x^4$   | R: $\left(10 - \frac{1}{10}x^2\right)^2$          |
| 14. $625a^{4+2m} - \frac{25}{2}a^{2+m}b^{4+n} + \frac{b^{8+2n}}{16}$ | R: $\left(25a^{2+m} - \frac{b^{4+n}}{4}\right)^2$ |
| 15. $a^{4+m}b^8 - 8a^{2+m}b^4 + 16a^m$                               | R: $a^m(ab^2-2)^2(ab^2+2)^2$                      |
| 16. $x^2 - x - 20$   | R: $(x+4)(x-5)$                                   |
| 17. $x^4 + x^2 - 20$   | R: $(x-2)(x+2)(x^2+5)$                            |
| 18. $a^5 - 3a^4x + 3a^3x^2 - a^2x^3$                                 | R: $a^2(a-x)^3$                                   |
| 19. $3x^2 - 4x + 1$  | R: $(x-1)(3x-1)$                                  |
| 20. $2x^4 - 5x^2 - 12$   | R: $(x-2)(x+2)(2x^2+3)$                           |

\*\*\* \*\*

## Seconda parte

**A)** Semplificare le frazioni algebriche di seguito riportate esplicitando le eventuali condizioni di equivalenza (C.d.Eq.) sotto le quali le frazioni algebriche ottenute come risultati delle elaborazioni risultano essere equivalenti alle rispettive frazioni algebriche di partenza.

1.  $\frac{x^2 - 4x}{x^2 + 2x}$

2.  $\frac{x^2 + x}{x^2 + 2x + 1}$

3.  $\frac{a(a - x)}{a^2 - x^2}$

4.  $\frac{a^3 + ax^2}{a^4 - x^4}$

5.  $\frac{a^2 + ay - ax - xy}{ay + y^2}$

6.  $\frac{x^2 - 2x - 8}{x^3 - 4x^2 + 4x}$

7.  $\frac{x^2 + 4x + 3}{x^3 + x^2 - x - 1}$

8.  $\frac{ay + y^2 + 2a + 2y}{y^3 + 8}$

9.  $\frac{ax^4 - 2a^4x^2 + a^7}{x^6 - a^9}$

10.  $\frac{a^{2n} - a^n}{a^{n+3} - a^{n+1}}$

## **B) Riduzione di due o più frazioni al minimo comun denominatore**

### Premessa

Ricordiamo che ridurre un gruppo di frazioni al minimo comun denominatore (m.c.d.) significa trasformare le stesse in altrettante frazioni equivalenti aventi come denominatore il minimo comune multiplo (m.c.m.) dei denominatori delle frazioni di partenza. Per eseguire gli esercizi è necessario scomporre in fattori il denominatore di ciascuna frazione e se le frazioni di riferimento sono già irriducibili si effettua l'operazione di trasformazione, altrimenti se qualcuna delle frazioni del gruppo assegnato non è irriducibile allora la si dovrà semplificare scomponendo in fattori numeratore e denominatore e semplificare questi per il loro Massimo Comun Divisore (M.C.D.), ciò fatto si procede con la riduzione del gruppo di frazioni allo stesso denominatore.

### Avvertenza

Può capitare che nel semplificare una frazione una o più espressioni letterali presenti al denominatore come fattori con l'operazione di semplificazione spariscano dal denominatore; in questo caso se ne dovrà tenere conto indicando esplicitamente le Condizioni di Equivalenza (C.d.Eq.) che hanno reso possibile la semplificazione della corrispondente frazione.

\*\*\* \*\*

Ridurre le frazioni di ciascun gruppo allo stesso minimo comun denominatore.

1.  $\left\{ \frac{x}{x^2-4}; \frac{1}{x^2-2x} \right\}$

2.  $\left\{ \frac{a+1}{2a}; \frac{a^2+ab}{a^2-1} \right\}$

3.  $\left\{ \frac{a-2}{a^2-4}; \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2}; \frac{b+1}{b^2+b} \right\}$

4.  $\left\{ \frac{x^2-4x}{x^2+2x}; \frac{x}{x-2}; \frac{1}{x^2} \right\}$

5.  $\left\{ \frac{a}{a^2}; \frac{a^2-1}{a^3-2a^2+a}; \frac{a^3+1}{a^2+a} \right\}$