# Esercitazione sulle equazioni di primo grado contenenti uno o più moduli

1. □ $\left|\frac{1}{2}x\right|=3$ L'equazione si può trasformare come segue $\frac{1}{2}|x|=3 \to |x|=6$, le cui soluzioni sono $x_1=-6$, $x_2=6$. Pertanto l'insieme delle soluzioni è $S=\{-6;6\}$

2. □ $2-|x-3|=1$ Riduciamo l'equazione alla forma equivalente $|x-3|=1$; quest'equazione è equivalente all'espressione $(x-3=-1)\vee(x-3=1)$, che diventa $(x=2)\vee(x=4)$. Concludiamo che l'insieme delle soluzioni dell'equazione è $S=\{2;4\}$.

3. □ $\left|\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\right|=\frac{5}{6}$ [1] L'equazione è equivalente all'espressione $\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{3}=-\frac{5}{6}\right)\vee\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{3}=\frac{5}{6}\right)$ equivalente all'espressione $\left(\frac{x}{2}=\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\right)\vee\left(\frac{x}{2}=\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\right)$, da cui $\left(x=2\cdot\frac{2-5}{6}\right)\vee\left(x=2\cdot\frac{7}{6}\right)$, quindi $(x=-1)\vee\left(x=\frac{7}{3}\right)$. L'insieme delle soluzioni è $S=\left\{-1;\frac{7}{3}\right\}$.

**Esercizi proposti di livello L1**

4. □ $\frac{1}{2}-\frac{|x-4|}{4}=0$ $S=\{2;6\}$

5. □ $x-\frac{1}{3}\cdot|3x-9|=0$ $S=\left\{\frac{3}{2}\right\}$

* * * * *

6. □□ $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}|2x-1|=3$ Moltiplicando entrambi i membri per 4 si riduce l'equazione alla forma equivalente $2x-|2x-1|=12$. Studiando il segno dell'argomento del modulo si ha $2x-1\geq 0$ $\Leftrightarrow x\geq\frac{1}{2}$. Si deve risolvere l'equazione ottenuta in ciascuno dei due intervalli $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$, $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$.

   a. Risoluzione per $x<\frac{1}{2}$. La disequazione assume la forma seguente $2x-(-2x+1)=12$, da cui $4x=13\to x=\frac{13}{4}$. Poiché $\frac{13}{4}>\frac{1}{2}$ il valore $\frac{13}{4}$ non può essere accettato come soluzione dell'equazione in esame.

   b. Risoluzione per $x\geq\frac{1}{2}$. La disequazione assume la forma seguente $2x-(2x-1)=12$, che semplificata diventa $0x=11$, che non ha soluzioni.

   Si conclude che l'equazione in esame non ha soluzioni. $S=\varnothing$.

---

[1] Ricordiamo che l'equazione $|f(x)|=k$, con $k>0$, è equivalente all'espressione $(f(x)=-k)\vee(f(x)=k)$

7. □□ $\frac{1-3x}{2}=\frac{1}{3}\cdot|5-x|$ Si può ridurre l'equazione alla seguente forma più semplice $3(1-3x)=2\cdot|5-x|$. Analizziamo il segno dell'argomento del modulo: $5-x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 5$. Si deve studiare l'equazione in ciascuno dei due intervalli $]-\infty;5]$, $]5;+\infty[$.

   a. Per $x\leq 5$ l'equazione diventa: $3(1-3x)=2\cdot(5-x)$ da cui $3-9x=10-2x \to 7x=-7 \to x=-1$, il valore è accettabile come soluzione perché è minore di 5.
   b. Per $x>5$ l'equazione diventa: $3(1-3x)=2\cdot(-5+x) \to 3-9x=-10+2x \to 11x=13 \to x=\frac{13}{11}$. Poiché $\frac{13}{11}<5$ non si può accettare come soluzione dell'equazione.

Concludiamo che l'equazione ammette come soluzione solo $x=-1$. $S=\{-1\}$

8. □□ $4x+|3x-2|=5$ Studiando il segno e ricercando lo zero dell'argomento del modulo si ha $3x-2\geq 0$, soddisfatta per $x\geq\frac{2}{3}$. Si deve studiare l'equazione in ciascuno dei due intervalli $\left]-\infty;\frac{2}{3}\right[$, $\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$.

   a. Per $x<\frac{2}{3}$ l'equazione diventa $4x-3x+2=5$, la cui radice è $x$=3>2/3, quindi non è accettabile.
   b. Per $x\geq\frac{2}{3}$ l'equazione diventa $4x+3x-2=5$ la cui radice è x=1>2/3, quindi è accettabile.

   Concludiamo che l'insieme delle soluzioni dell'equazione è $S=\{1\}$.

9. □□ $\frac{|x-1|-2x}{4}=x-4$ Riduciamo l'equazione alla forma equivalente $|x-1|=6x-16$. Osserviamo che $x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 1$. Studiamo l'equazione nei due intervalli $x<1$, $x\geq 1$.

   a. Per $x<1$ l'equazione diventa $1-x=6x-16$, la cui radice è $x=\frac{17}{7}$>1, quindi non accettabile.
   b. Per $x\geq 1$ si ha l'equazione $x-1=6x-16$ la cui radice è $x$=3>1, quindi è accettabile.

   Conclusione: l'insieme delle soluzioni dell'equazione è $S=\{3\}$

**Esercizi proposti di livello L2**

10. □□ $|2x-6|-x=-3$ $S=\{3\}$
11. □□ $4-|3x+12|=x$ $S=\{-8;-2\}$
12. □□ $2x+|5-x|=7$ $S=\{2\}$
13. □□ $\left|\frac{3}{2}(x-1)\right|=6-x$ $S=\{-9;3\}$
14. □□ $|4-x|+2(x-3)=0$ $S=\{2\}$

15. □□ $\left|3(2-x)\right|-2(x-3)=3$ L'insieme delle soluzioni è $S=\left\{\frac{9}{5};3\right\}$

* * * * *

**Equazioni con livello di difficoltà L3**

16. □□□ $\left|3-2x\right|+x=\left|x+1\right|$ L'equazione contiene due moduli; è necessario studiare il segno di ciascun argomento che figura in modulo, quindi confrontare i relativi risultati per scoprire in quanti intervalli viene suddiviso l'asse reale. Ciò fatto si risolverà l'equazione in ciascuno di detti intervalli.

a. $3-2x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq\frac{3}{2}$; $x+1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -1$. Gli intervalli in cui studiare l'equazione sono:

$$x<-1,\ -1\leq x\leq\frac{3}{2},\ x>\frac{3}{2}.$$

b. Per $x<-1$ l'equazione diventa $3-2x+x=-x-1$ che si riduce alla forma $0x=-4$, che evidentemente **non ha soluzioni**.

c. Per $-1\leq x\leq\frac{3}{2}$ l'equazione diventa $3-2x+x=x+1$ che ha come radice $x=1$, che è accettabile.

d. Per $x>\frac{3}{2}$ l'equazione diventa $-3+2x+x=x+1$ che ammette come radice $x=2$, valore accettabile.

e. Conclusione. L'insieme delle soluzioni dell'equazione è $\mathrm{S}=\{1;2\}$.

17. □□□ $2\cdot\left|\frac{3}{2}-x\right|-\left|x+2\right|=9+x$ L'equazione contiene due moduli; si procede come nell'esercizio n.14.

a. $\frac{3}{2}-x\geq 0\Leftrightarrow x\leq\frac{3}{2}$; $x+2\geq 0\Leftrightarrow x\geq -2$. Gli intervalli in cui studiare l'equazione sono:

$x<-2$, $-2\leq x\leq\frac{3}{2}$, $x>\frac{3}{2}$.

b. Per $x<-2$ l'equazione diventa $2\cdot\left(\frac{3}{2}-x\right)-(-x-2)=9+x$, che diventa $3-2x+x+2=9+x\rightarrow x=-2$. Il valore non è accettabile come soluzione.

c. Per $-2\leq x\leq\frac{3}{2}$ l'equazione diventa $2\cdot\left(\frac{3}{2}-x\right)-(x+2)=9+x$ che si riduce alla forma equivalente $3-2x-x-2=9+x\rightarrow 4x=-8\rightarrow x=-2$. Il valore è accettabile come soluzione.

d. Per $x>\frac{3}{2}$ l'equazione diventa $2\cdot\left(-\frac{3}{2}+x\right)-(x+2)=9+x$, da cui si ha $-3+2x-x-2=9+x\rightarrow 0x=14$. L'equazione non ha soluzioni.

e. Conclusione. L'insieme delle soluzioni è $\mathrm{S}=\{-2\}$.

18. □□□ $\left|4-\frac{x}{2}\right|=\frac{3|x|-1}{5}+2$ Si studiano i segni dei due moduli e si procede come nei precedenti esercizi n.14 e 15.

a. $4-\frac{x}{2}\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 8$; $x\geq 0$. Gli intervalli in cui analizzare l'equazione sono: $x<0$; $0\leq x\leq 8$; $x>8$.

b. Per $x<0$ l'equazione diventa $4-\frac{x}{2}=\frac{3(-x)-1}{5}+2$, da cui $40-5x=-6x-2+20 \to x=-22$. Il valore è accettabile come soluzione.

c. Per $0\leq x\leq 8$ l'equazione diventa $4-\frac{x}{2}=\frac{3x-1}{5}+2$, da cui $40-5x=6x-2+20 \to$ $11x=22 \to x=2$, il valore ottenuto è accettabile.

d. Per $x>8$ si ha l'equazione $-4+\frac{x}{2}=\frac{3x-1}{5}+2$, la cui radice è $x=-58$, che però non è accettabile come soluzione dell'equazione in esame.

e. Conclusione. L'insieme delle soluzioni dell'equazione è $S=\{-22;2\}$

19. □□□ $\left|x-2|x+3|\right|=3$ **Equazione con moduli annidati**.

a. Se $x+3<0$, quindi per $x<-3$ l'equazione diventa: $|x-2(-x-3)|=3$, da cui $|3x+6|=3\to$ $|x+2|=1$. L'equazione è equivalente all'espressione $(x+2=-1)\vee(x+2=1)$, da cui $(x=-3)\vee(x=-1)$. Nessuno dei due valori verifica la condizione $x<-3$ e si scartano.

b. Per $x\geq -3$ l'equazione diventa $|x-2(x+3)|=3$ equivalente a $|-x-6|=3$, nonché a $|x+6|=3$; quest'equazione è equivalente all'espressione $(x+6=-3)\vee(x+6=3)$, da cui $(x=-9)\vee(x=-3)$; dei due valori è accettabile solo $x=-3$.

c. Conclusione. L'insieme delle soluzioni dell'equazione è $S=\{-3\}$

**Esercizio proposto di livello L3**

20. □□□ $\frac{|x-4|+3}{2|x+1|-7}=1$ $S=\{-1;4\}$