Ricerca Operativa

Commercio: Dall'acquisto all'ingrosso alla vendita al dettaglio

Problema

Un Commerciante in concimi acquista la merce mensilmente in quintali da un Distributore (Grossista) alle seguenti condizioni: i primi 100 quintali acquistati vengono pagati a 15 euro il quintale, oltre 100 quintali mensili il prezzo pagato per ogni quintale è di 12 euro. Il Commerciante rivende al dettaglio il concime ai suoi clienti al prezzo di 26 euro al quintale.

Sapendo che il costo dell'esercizio commerciale mensile è di 300 euro risolvere i quesiti che seguono.

a) Determinare la minima quantità di concime che il Commerciante deve acquistare e vendere ogni mese affinché non vada in perdita.
b) Determinare la funzione dell'utile che si può realizzare e il valore massimo ottenibile sapendo che il Commerciante può acquistare ogni mese al massimo 400 quintali di merce.

Risoluzione

a) Sia x il numero di quintali di concime che il Commerciante acquista ogni mese e che si suppone riesca a vendere interamente.

Osserviamo subito che il numero minimo x di quintali di concime che devono essere acquistati e venduti affinché il Commerciante non vada in perdita devono permettere un ricavo uguale alla somma del costo della merce $C_1(x)=15x$ e del costo fisso € 300 che egli sopporta per l'attività.

Il ricavo R(X) dalla vendita di x quintali in euro è $R(X)=26x$. Pertanto, ponendo la condizione

$R(x)= C_1(x)+$ € 300, cioè $26x=15x+300$, si ricava $x\approx 27{,}28$q. La quantità di merce che deve essere commerciata rientra nella "prima fascia per il costo di acquisto": $0\le x\le 100$ quintali.

Evidentemente, se il Commerciante riesce ad acquistare e vendere ogni mese una quantità di concimi in quintali superiore 27,28 realizzerà un utile.

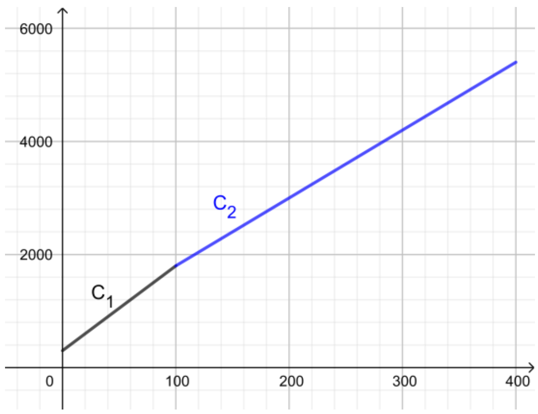

Figura 1- Grafico della funzione dei costi per il Commerciante

b) Scriviamo la funzione dei costi globali mensili sopportati dal Commerciante per esercitare la sua attività.

Costo per l'acquisto di x quintali della merce

$$C_{mer}(x)=\begin{cases} 15x & per \quad 0\le x\le 100 \\ 15\cdot 100+12(x-100) & per \quad 100< x\le 400 \end{cases},$$

che diventa

$$C_{mer}(x)=\begin{cases} 15x & per \quad 0\le x\le 100 \\ 12x+300 & per \quad 100< x\le 400 \end{cases}$$

Il costo totale si ottiene aggiungendo a $C_{mer}(x)$ il costo fisso mensile di 300 euro. Si ha la funzione (per casi)

$$C(x)=\begin{cases}15x+300 & per \quad 0\le x\le 100\\ 12x+600 & per \quad 100<x\le 400\end{cases}$$

La funzione dei costi è rappresentata in Figura 1 nella quale sono indicati con le etichette C_1 e C_2 i costi per l'acquisto della merce relativamente ai due intervalli 0≤x≤100, 100<x≤400.

La funzione ricavo è comunque R(x)=26x euro. La funzione dell'utile realizzato, con x>27,28 quintali è la seguente funzione definita per casi

$$U(x)=R(x)-C(x)=$$

$$U(x)=R(x)-C(x)=\begin{cases}26x-(15x+300) & per \quad 27,28\le x\le 100\\ 26x-(12x+600) & per \quad 100<x\le 400\end{cases},$$

che si semplifica nella forma

$$U(x)=\begin{cases}11x-300 & per \quad 27,28\le x\le 100\\ 14x-600 & per \quad 100<x\le 400\end{cases}$$

La funzione è strettamente crescente nel dominio [27,28;400] e assume il suo massimo per x=400 risultando

$$U_{\max}=€(14\cdot 400-600)=€5000$$

La rappresentazione grafica è in Figura 2.

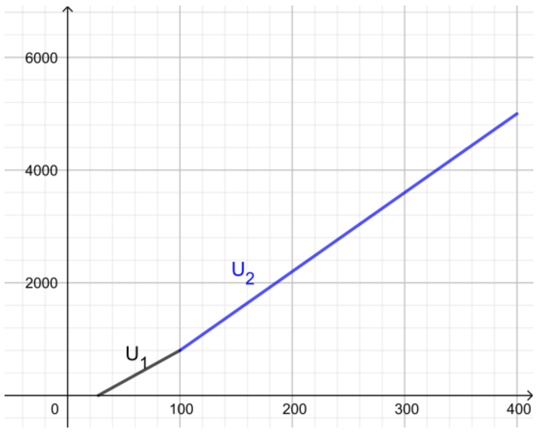

Figura 2- Grafico della funzione dell'utile U(x) per il Commerciante.